11. Übung zur Vorlesung Theorie A	Wintersemester 2009/2010
Karlsruher Institut für Technologie	
Prof. G. Schön - Dr. G. Metalidis	http://www.tfp.uni-karlsruhe.de/Lehre

Abgabetermin: Mittwoch, 27.01.2009 vor 13.00 Uhr.

Aufgabe 1: Relativbewegung

Eine Person in einem Ruderboot rudert über einen Fluss der Breite b. Die Geschwindigkeit des Wassers relativ zum Ufer sei u. Die Geschwindigkeit des Ruderboots im Bezugssytem, das sich mit dem Fluss mitbewegt, sei v.

(a) In welche Richtung muss die Person rudern, damit sie am anderen Ufer am Punkt direkt gegenüber dem Startpunkt landet? (1 Punkt)

(b) In welche Richtung muss sich das Boot bewegen, damit die Person den Fluss in der kürzestmöglichen Zeit überquert? (1 Punkt)
Hinweis: Betrachten Sie das Problem im Bezugssystem des Flusses.

(c) Zu Fuß geht die Person mit einer Geschwindigkeit w. In welche Richtung muss sich das Boot bewegen, damit die Person (mit einer Kombination von Rudern und anschließendem Gehen am anderen Ufer) den Punkt direkt gegenüber des Startpunktes in der kürzestmöglichen Zeit erreicht? (2 Punkte)

Aufgabe 2: Elastischer Stoß

Ein Teilchen mit der Energie E_1 stösst elastisch auf ein zweites, ruhendes Teilchen mit der gleichen Masse. Nach dem Stoß fliegt das erste Teilchen unter einem Winkel θ_1 relativ zu seiner ursprünglichen Bewegungsrichtung weiter (nicht-zentraler Stoß).

(a) Wir betrachten jetzt das "Center of Mass" Bezugssystem. Skizzieren Sie die Anfangsgeschwindigkeiten beider Teilchen $\vec{v}'_{i1}$ und $\vec{v}'_{i2}$ in diesem Bezugssystem. Verwenden Sie die Erhaltungssätze für Impuls und Energie um die Endgeschwindigkeiten $\vec{v}'_{f1}$ und $\vec{v}'_{f2}$ in diesem Bezugssytem auszurechnen. Skizzieren Sie den Endzustand im Center of Mass Bezugssytem. (2 Punkte)

(b) Wie groß ist der Winkel zwischen der Endgeschwindigkeiten des ersten und zweiten Teilchens im Laborsystem? Skizzieren Sie den Anfangs- und Endzustand der beiden Teilchen im Laborsystem. (2 Punkte)

Aufgabe 3: Zylinderkoordinaten

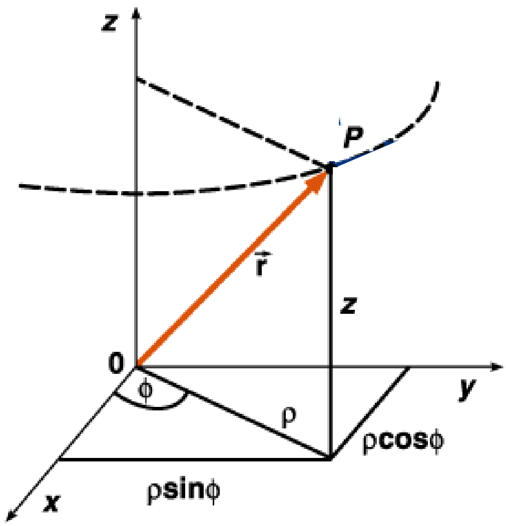
Die Beziehung zwischen Cartesischen und Zylinderkoordinaten ist wie folgt definiert: $(x, y, z) = (\rho \cos\phi, \rho \sin\phi, z)$. In Zylinderkoordinaten gilt also:

$$\vec{r} = \rho \cos\phi \hat{e}_x + \rho \sin\phi \hat{e}_y + z\hat{e}_z.$$

Weiterhin kann man zylindrische Einheitsvektoren definieren:

$$\hat{e}_\rho = \cos\phi \hat{e}_x + \sin\phi \hat{e}_y, \qquad \hat{e}_\phi = -\sin\phi \hat{e}_x + \cos\phi \hat{e}_y, \qquad \hat{e}_z = \hat{e}_z.$$

Diese Einheitsvektoren hängen von ϕ, und damit ihre Richtung von $\vec{r}$ ab.



(a) Zeichnen Sie die zylindrischen Einheitsvektoren $\hat{e}_\rho$, $\hat{e}_\phi$ und $\hat{e}_z$. (1 Punkt)

(b) Zeigen Sie, dass es sich um orthonormale Einheitsvektoren handelt, d.h. dass $\hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_\rho = \hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_\phi = \hat{e}_z \cdot \hat{e}_z = 1$, und $\hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_\phi = \hat{e}_\rho \cdot \hat{e}_z = \hat{e}_\phi \cdot \hat{e}_z = 0$. (1 Punkt)

(c) Zeigen Sie, dass gilt: (1 Punkt)

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{e}_\rho = \dot{\hat{e}}_\rho = \dot{\phi}\hat{e}_\phi, \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\hat{e}_\phi = \dot{\hat{e}}_\phi = -\dot{\phi}\hat{e}_\rho.$$

(d) Berechnen Sie $\hat{e}_\rho \times \hat{e}_\phi$. (1 Punkt)