Klassische Theoretische Physik I

Institut für Theoretische Teilchenphysik

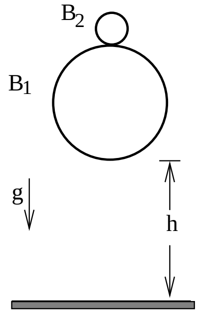
Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. T. Ewerth
http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/~ewerth/

WS 10/11 – Blatt 11
Abgabe: 18.01.2011
Besprechung: 21.01.2011

(*) Aufgabe 34 (10P): Tennis- und Basketball

Ein Tennisball mit Masse m_2 und Radius R_2 liegt auf einem Basketball mit Masse m_1 und Radius R_1 (siehe Abbildung). Die Unterseite des Basketballs befindet sich zum Zeitpunkt $t = 0$ im Abstand h von der Erdoberfläche, die Unterseite des Tennisballs hat den Abstand $h + 2R_1$. Die Bälle werden zum Zeitpunkt $t = 0$ losgelassen.

(a) Welche Geschwindigkeiten haben die beiden Bälle gleich nach dem Aufprall auf dem Boden (d.h. wenn sie sich beide gerade wieder nach oben bewegen)? Lösen Sie das Problem unter der Annahme, dass alle Stöße perfekt elastisch sind, d.h. keine Energie in Wärme umgesetzt wird.



(b) Welche Höhe wird der Tennisball nach dem Aufprall auf dem Boden erreichen? Lösen Sie das Problem unter der Annahme, dass $m_1 \gg m_2$ und $R_1 \gg R_2$.

(c) Betrachten Sie nun ein System von n Bällen $B_1, B_2, \ldots, B_n$ mit den Massen $m_1 \gg m_2 \gg \cdots \gg m_n$ und den Radien $R_1 \gg R_2 \gg \cdots \gg R_n$. Die Bälle liegen aufeinander, wobei B_n auf B_{n-1}, B_{n-1} auf B_{n-2}, …, B_2 auf B_1 liegt und die Unterseite von B_1 den Abstand h von der Erdoberfläche hat. Berechnen Sie die Höhe, die der n-te Ball erreichen wird, als Funktion von n, h und R_1.

Aufgabe 35: Zeitliche Änderung eines rotierenden Vektors

Zeigen Sie, dass für die zeitliche Änderung eines Vektors $\vec{b}$ konstanter Länge, der um eine raumfeste Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert, folgende Gleichung gilt:

$$\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{b}\,.$$

Der hier auftretende Vektor $\vec{\omega}$ hat den Betrag ω, ist parallel zur Rotationsachse, und seine Richtung wird bestimmt durch die Forderung, dass der Winkel zwischen $\vec{\omega}$ und $\vec{b}$ spitz ist.

Aufgabe 36: Drehimpuls

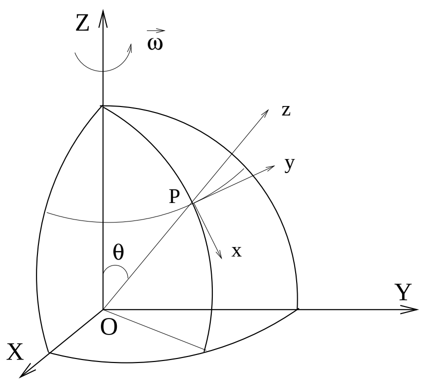
Ein Massenpunkt m bewegt sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf der inneren Seite eines auf der Spitze stehenden Kegels mit dem Öffnungswinkel α. Berechnen Sie den Drehimpuls bezüglich der Spitze des Kegels und seine erste zeitliche Ableitung unter der Annahme, dass die Bahnkurve des Massenpunktes in einer horizontalen Ebene verläuft, die sich im Abstand d von der Spitze des Kegels befindet. Können Sie ohne explizite Berechnung des Drehimpulses argumentieren, welche von seinen Komponenten erhalten sind?

Bitte wenden.

(*) Aufgabe 37 (10P): Bewegung relativ zur Erde

Ein Massenpunkt m fällt aus einer im Vergleich zum Erdradius kleinen Höhe h auf die Erdoberfläche. Am Anfang befindet sich der Massenpunkt in Ruhe an einem Ort mit dem Winkelabstand θ vom Nordpol.

(a) Leiten Sie die Bewegungsgleichung (in vektorieller Form) des Massenpunktes relativ zu einem auf der Erdoberfläche ruhenden Beobachter, der sich am Ort P befindet, ab (siehe Abbildung).



(b) Zeigen Sie, dass für den Massenpunkt die Bewegungsgleichungen

$$\ddot{x} = 2\omega\dot{y}\cos\theta\,,$$
$$\ddot{y} = -2(\omega\dot{x}\cos\theta + \omega\dot{z}\sin\theta)\,,$$
$$\ddot{z} = -g + 2\omega\dot{y}\sin\theta\,,$$

gelten, solange er sich in der Nähe der Erdoberfläche bewegt. Dabei ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Erde um ihre Achse. Die Erdbeschleunigung g kann hierbei in guter Näherung als konstant angenommen werden. Vernachlässigen Sie außerdem alle Terme der Ordnung ω^2.

(c) Zeigen Sie, dass der Massenpunkt von der Vertikalen um $\frac{2\sqrt{2}}{3}\frac{\omega h^{3/2}}{\sqrt{g}}\sin\theta$ nach Osten abgelenkt wird.

Elektronische Anmeldung in QISPOS
Bitte beachten Sie, dass die Anmeldung zu den Vorleistungen nur noch bis zum 21.01.2011 freigeschaltet ist.