Klassische Theoretische Physik I

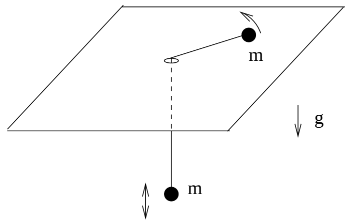
Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. T. Ewerth
http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/~ewerth/

WS 10/11 – Blatt 14
Besprechung: 11.02.2011

Aufgabe 43: Gekoppelte Kugeln

Zwei Massenpunkte der Masse m seien über eine Schnur der Länge l miteinander verbunden (siehe Abbildung). Einer der Massenpunkte gleitet reibungsfrei auf einer horizontalen Ebene, der andere kann unter dem Einfluß der Schwerekraft eine vertikale Bewegung ausführen. Benutzen Sie zur Beschreibung des Systems ebene Polarkoordinaten (r, ϕ), wobei der Ursprung auf dem Loch sitzt, durch das die Schnur verläuft.



(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems auf. Welche Bewegungsgleichung können Sie sofort integrieren? Welcher Erhaltungssatz steckt dahinter?

(b) Zeigen Sie, dass sich der obere Massenpunkt auf Kreisbahnen bewegen kann, und bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Kreisradius.

(c) Zeigen Sie, dass die Bewegung des oberen Massenpunktes auf einer Kreisbahn stabil verläuft. Benutzen Sie dazu den Ansatz $r(t) = r_0 + \rho(t)$, wobei $\rho(t)$ eine kleine Störung der Kreisbahn mit Radius $r(t) = r_0$ darstellt $(\rho(t) \ll r_0)$ und drücken Sie die Winkelgeschwindigkeit des oberen Massenpunktes durch seinen Drehimpuls bzgl. des Ursprungs aus. Entwickeln Sie nun die Bewegungsgleichung für $r(t)$ für kleine $\rho(t)$ und zeigen Sie, dass die Störung zu harmonischen Schwingungen um die Kreisbahn führt. Bestimmen Sie die Schwingungsdauer des Systems als Funktion von Kreisradius und Erdbeschleunigung.

Aufgabe 44: Magnetischer Monopol

Betrachten Sie im folgenden einen magnetischen Monopol, der das Feld

$$\vec{B}(\vec{r}) = k\,\frac{\vec{r}}{r^3}\,, \quad r = |\vec{r}| \quad k > 0\,,$$

erzeuge. Ein sich aus dem Unendlichen näherndes Elektron erfährt aufgrund der Lorenzkraft

$$\vec{F}(\vec{r}) = -e\left[\dot{\vec{r}} \times \vec{B}(\vec{r})\right]\,, \quad e > 0\,,$$

die Beschleunigung

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{ek}{mr^3}\left(\dot{\vec{r}} \times \vec{r}\right)\,. \qquad (*)$$

(a) Schreiben Sie die Bewegungsgleichung $(*)$ um in Kugelkoordinaten, wobei sich der Koordinatenursprung im Monopol befinden soll.

Bitte wenden.

(b) Zeigen Sie, dass der Vektor

$$\vec{J} = \vec{L} + ek\,\frac{\vec{r}}{r}\,, \quad \vec{L} = m\left(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}\right)\,, \tag{2}$$

eine Erhaltungsgröße ist. Was folgt daraus für die Bahnkurve des Elektrons?

(c) Integrieren Sie die Bewegungsgleichungen, das heißt bestimmen Sie $r(t)$, $\phi(t)$ und $\theta(t)$.
Hinweis: Eine der Integrationskonstanten kann über die Energieerhaltung bestimmt werden.

(d) Bestimmen Sie $r(\phi)$ und skizzieren Sie die Bahnkurve.

Schriftliche Prüfung

Die schriftliche Prüfung findet am Mittwoch, dem 16.02.2011, um 8:00 Uhr in den Hörsälen Gerthsen, Daimler und Benz statt. Bitte beachten Sie die offizielle Ankündigung der schriftlichen Prüfung auf

`http://www-ttp.particle.uni-karlsruhe.de/~ewerth/`

Die Einteilung der Hörsäle wird am Dienstag, dem 15.02.2011, nach 16:00 Uhr auf obiger Webpage bekannt gegeben.