Klassische Theoretische Physik I

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 9

Abgabe: Mo, 9.1.'12, 11.30 Uhr, Erdgeschoss Physikhochhaus.

Aufgabe 33: Wurf mit Reibung II **[2 + 2 + 3 + 0 = 7]**

(Fortsetzung von Aufgabe 31) Die Lösungen der Bewegungsgleichungen für die gegebenen Anfangsbedingungen lauten (z–Richtung ist die Vertikale)

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{mv}{\alpha}\cos\theta\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{m}t}\right)\,, \\ y(t) &= 0\,, \\ z(t) &= \frac{m}{\alpha}\left(v\sin\theta+\frac{mg}{\alpha}\right)\left(1-\mathrm{e}^{-\frac{\alpha}{m}t}\right)-\frac{mg}{\alpha}t\,. \end{aligned}$$

(a) Wann erreicht der Ball die maximale Höhe und wie hoch fliegt er?

(b) Untersuchen Sie den Fall geringer Reibung ($\alpha \to 0$). Entwickeln Sie Ihre Ergebnisse aus (a) in eine Reihe um $\alpha = 0$ und vergleichen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabe 23 (Schiefer Wurf ohne Reibung). Entwickeln Sie nur bis zur ersten nichtverschwindenden Korrektur.

(c) Wie weit fliegt der Ball bei geringer Reibung? Die Transzendente Gleichung, die sie dazu lösen müssten, kann für kleine α (durch Entwicklung um $\alpha = 0$) vereinfacht und gelöst werden. Entwickeln Sie wieder nur bis zur ersten nichttrivialen Ordnung in α. Zeigen Sie, dass der Ball bei gleichem v und θ nicht so weit fliegt, wie im reibungslosen Fall.

(d) (*Zusatzfrage ohne Wertung:*) Muss der Abwurfwinkel für die maximale Reichweite mit Reibung größer oder kleiner sein als $\pi/4$?

Aufgabe 34: Getriebener Oszillator **[3 + 1 + 2 + 2 = 8]**

Wir betrachten einen gedämpften harmonischen Oszillator, der durch eine periodische äußere Kraft getrieben wird,

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = \alpha\sin\bar{\omega}t\,.$$

(a) Bestimmen Sie $x(t)$. Die allgemeine homogene Lösung ist aus der Vorlesung bekannt, die spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung soll berechnet werden.

(b) Berechnen Sie die Phasenverschiebung $\bar{\varphi}$ der speziellen Lösung als Funktion von $\bar{\omega}$.

(c) Sei nun $\beta = \frac{3}{4}\omega_0$ und $\bar{\omega} = \frac{1}{2}\omega_0$. Berechnen Sie in der allgemeinen Lösung die Amplitude und Phase des homogenen Teils für die Anfangsbedingungen $x(t_0) = \dot{x}(t_0) = 0$ mit $t_0 = \frac{\pi}{2\omega_0}$. Alle Parameter sind durch ω_0 und α gegeben.

(d) Plotten Sie $x(t)$ mit Augenmerk auf den Einschwingvorgang.

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr!

$\sum_{\mathbf{Blatt9}} = \mathbf{15}$