Klassische Theoretische Physik I

V: Prof. Dr. D. Zeppenfeld, Ü: Dr. S. Gieseke

Übungsblatt 11

Abgabe: Mo, 23.1.'12, 11.30 Uhr, Erdgeschoss Physikhochhaus.

Aufgabe 38: Bewegung des harmonischen Oszillators **[5]**

In der Vorlesung wurde die Bewegungsgleichung einer Masse m in einem eindimensionalen Potential $V(x)$ direkt integriert,

$$t - t_0 = \int_{x_0}^{x(t)} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\frac{2}{m}\left(E - V(x)\right)}}\ ,$$

wobei $x(t_0) = x_0$. Bestimmen Sie daraus die Bahnkurve $x(t)$ des harmonischen Oszillators mit dem Potential $V(x) = \frac{1}{2}kx^2$. Wodurch ist der Maximalausschlag bestimmt?

Aufgabe 39: Eindimensionales Potential **[$1 + 1 + 2 + 1 = 5$]**

Ein Teilchen der Masse m bewegt sich im Potential

$$V(x) = V_0 \left[\left(1 - \mathrm{e}^{-\alpha x}\right)^2 - 1 \right]\ .$$

bei $x = 0$ sei die Anfangsgeschwindigkeit positiv.

(a) Skizzieren Sie das Potential.

(b) Im System steckt die Gesamtenergie E. Wie verläuft die Bewegung, wenn $-V_0 < E < 0$? Welche charakteristischen Bahnpunkte gibt es? Bestimmen Sie diese.

(c) Berechnen Sie die Frequenz ω, mit der das Teilchen für Energien knapp oberhalb $-V_0$ oszilliert.

(d) Wie verläuft (qualitativ) die Bewegung, falls $E = 0$ oder $E > 0$?

Aufgabe 40: Konservatives Kraftfeld **[$1+2+2=5$]**

Zeigen Sie auf zwei verschiedene Weisen, dass das Kraftfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = a\left(y^2z^3 - 12x^3z^2, 2xyz^3, 3xy^2z^2 - 6x^4z\right) \qquad (a = \text{const.})$$

konservativ ist:

(a) Zeigen Sie, dass die Rotation verschwindet.

(b) Es muss ein Potential $V(\vec{r})$ existieren, mit $\vec{F}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$. Bestimmen Sie $V(\vec{r})$.

(c) Berechnen Sie darüberhinaus die Arbeit W die bei der Bewegung auf einer Geraden vom Ursprung zum Punkt $P(3|1|2)$ zu leisten ist. Zeigen Sie, dass $W = V(3,1,2) - V(0,0,0)$.

Aufgabe 41: Ellipsen **[$3+2=5$]**

Eine Ellipse mit dem Ursprung der x–y–Ebene als Mittelpunkt und den Halbachsen a und $b \leq a$ ist durch die *Mittelpunktsform*

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

bestimmt.

(a) Eine Ellipse ist die Menge aller Punkte (x, y), für die die Summe der Entfernungen L_1 und L_2 zu zwei gegebenen Brennpunkten $F_1(-e, 0)$ und $F_2(e, 0)$ konstant ($= 2a$) ist. Zeigen Sie, dass damit für (x, y) die Mittelpunktsgleichung gelten muss. Wie gross ist die kleine Halbachse b?

(b) In einem verschobenen Koordinatensystem lässt sich die Ellipse in Polarkoordinate als durch die Gleichung

$$r = \frac{k}{1 + \varepsilon\cos\phi}$$

beschreiben. Zeigen Sie, dass daraus die Mittelpunktsgleichung folgt ($\varepsilon \neq 0$). Wie lautet der Zusammenhang der Parameter a und b (Halbachsen im Fall der Ellipse) mit den Parametern k und ε? Wo liegt der Mittelpunkt der Ellipse?

$$\overline{\textstyle\sum_{\textbf{Blatt11}} = \mathbf{20}}$$