

PROF. U. NIERSTE  
 DR. M. WIEBUSCH

**Übungsblatt 11**  
**Abgabe 14.01.2013**  
**Besprechung 18.01.2013**

 Name: \_\_\_\_\_ Matrikel-Nr: \_\_\_\_\_ Gruppe: \_\_\_\_\_  
 (Bitte ausfüllen und an die Lösung heften.)

**Aufgabe 27: Corioliskraft**

(20 Punkte)

In dieser Aufgabe berechnen Sie die durch die Erddrehung bedingte Ablenkung eines frei fallenden Körpers. Im Schwerfeld der Erde gilt

$$\dot{\vec{v}} = \vec{g} + 2\vec{v} \times \vec{\omega} + \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega}) \quad , \quad (1)$$

wobei  $\omega \equiv |\vec{\omega}|$  die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation ist,  $\hat{\omega} \equiv \vec{\omega}/\omega$  parallel zur Erdachse nach Norden zeigt,  $\vec{g}$  die Fallbeschleunigung aufgrund der Erdanziehung ist,  $\vec{r}$  die Position des fallenden Körpers gemessen vom Erdmittelpunkt und  $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$  ist.

- a) Vergleichen Sie die Größenordnung der Beträge der drei Terme auf der rechten Seite von (1) für Experimente auf der Erdoberfläche und Geschwindigkeiten der Ordnung 1 m/s. Schätzen Sie auch den (prozentualen) Fehler ab, den man macht, wenn man bei Fallhöhen von einigen 100 Metern den Vektor  $\vec{r}$  im letzten Term durch den konstanten Vektor  $\vec{r}_0 \equiv \vec{r}(t=0)$  ersetzt. Die Fallbeschleunigung  $g \equiv |\vec{g}|$  aufgrund der Schwerkraft beträgt 9.83 m/s<sup>2</sup>. Der mittlere Erdradius ist 6371 km. (2 Punkte)
- b) Wir ersetzen  $\vec{r}$  im letzten Term in (1) durch einen konstanten Vektor  $\vec{r}_0 = \vec{r}(t=0)$  und definieren  $\vec{g}' = \vec{g} + \vec{\omega} \times (\vec{r}_0 \times \vec{\omega})$ . Desweiteren sei  $u = 1$  m/s eine konstante Referenzgeschwindigkeit und  $\vec{\beta} = \vec{v}/u$ . Geben Sie eine Differentialgleichung für  $\vec{\beta}$  an. Drücken Sie diese durch  $g' \equiv |\vec{g}'|$ ,  $u$  und die dimensionslosen Größen  $\hat{g}' = \vec{g}'/g'$ ,  $\hat{\omega} = \vec{\omega}/\omega$  und  $\lambda = \omega u/g'$  aus. Von welcher Größenordnung ist  $\lambda$ ? (2 Punkte)
- c) Lösen Sie die Differentialgleichung aus (b) näherungsweise mit Hilfe des Ansatzes

$$\vec{\beta} = \vec{\beta}^{(0)} + \lambda \vec{\beta}^{(1)} + \mathcal{O}(\lambda^2) \quad . \quad (2)$$

Setzen Sie dazu zunächst (2) in Ihre Differentialgleichung aus (b) ein und vernachlässigen Sie alle Terme proportional zu  $\lambda$ . Leiten Sie daraus eine Differentialgleichung für  $\vec{\beta}^{(0)}$  her. Lösen Sie diese Differentialgleichung für die Anfangsbedingung  $\vec{\beta}^{(0)}(0) = 0$ . (2 Punkte)

- d) Leiten Sie nun eine Differentialgleichung für  $\beta^{(1)}$  her, indem Sie Ihre Lösung aus (c) einsetzen und Terme der Ordnung  $\lambda^2$  vernachlässigen. Lösen Sie diese Differentialgleichung für  $\beta^{(1)}(0) = 0$ . (4 Punkte)
- e) Betrachten Sie einen Stein, der in einen Schacht in Karlsruhe fällt. Wählen Sie die  $z$ -Achse vertikal nach oben, die  $x$ -Achse in Richtung des Längengrads zum Nordpol und den Koordinatenursprung am Eingang des Schachts. Bestimmen Sie die  $x$  und  $y$ -Koordinaten als Funktion der Zeit  $t$  nach Loslassen des Steins. Welche Ablenkungen ergeben sich bei einer Fallhöhe  $h$  von 500 m? (Karlsruhe hat die Koordinaten  $49^\circ 1' \text{ N}$ ,  $8^\circ 24' \text{ O}$ .) (10 Punkte)



eintritt frei  
bier 1,50€

fachschaft physik lädt ein  
**EULENFEST**  
**10.01.2013**

Fördergruppe  
Tanzmusik & the distillery rats

ab 20:00 uhr  
im gerthsen-foyer

daher  
90's  
trash  
party