Klassische Theoretische Physik I WS 2013/2014

Prof. Dr. J. Schmalian
Dr. P. P. Orth

Blatt 5
Abgabe 29.11.2013

---

1. Messung der Gravitationsbeschleunigung (15 Punkte)

Eine frühe Anordnung zum Messen der Fallbeschleunigung ist in Abb. 1 dargestellt. Die Masse und die Reibung der Rolle P und des Seils C können vernachlässigt werden. Das System wird durch gleich große Massen M auf jeder Seite im Gleichgewicht gehalten. Dann wird auf einer Seite ein kleines Aufsetzgewicht m hinzugefügt. Die zusammengefügten Massen beschleunigen über einen bestimmten Weg h, das Aufsetzgewicht wird auf einem Ring aufgefangen und die beiden gleich großen Massen bewegen sich weiter mit konstanter Geschwindigkeit v.

Bestimmen Sie den Wert der Fallbeschleunigung g aus den Messwerten von m, M, h und v.

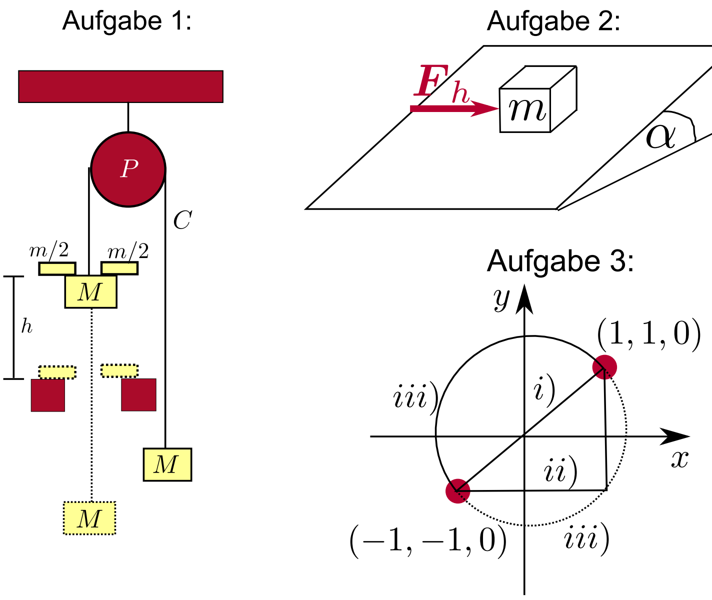

Abbildung 1: Anordnung zum Messen der Fallbeschleunigung.

2. Raue und schiefe Ebene ($10 + 10 = 20$ Punkte)

Wie in Abb. 1 gezeigt, ruhe ein Teilchem mit dem Gewicht m auf einer rauen, schiefen Ebene, die einen Winkel α mit der Horizontalen bildet.

(a) Bestimmen Sie unter der Vorraussetzung, dass die Haftreibungszahl $\mu = 2\tan\alpha$ ist, die geringste quer zur Neigung der Ebene wirkende, *horizontale* Kraft $\boldsymbol{F}_h^{\text{min}}$, die das Teilchen in Bewegung setzt.

(b) In welche Richtung bewegt sich das Teilchen ?

3. Konservative Kräfte (5 + 5 + 10 = 20 Punkte)

Gegeben seien zwei Vektorfelder $\boldsymbol{F}_1 = 2x\boldsymbol{e}_x - 2yz\boldsymbol{e}_y - y^2\boldsymbol{e}_z$ und $\boldsymbol{F}_2 = y\boldsymbol{e}_x - x\boldsymbol{e}_y$, die Kraftfelder beschreiben.

(a) Bestimmen Sie ob diese Kräfte konservativ sind.

(b) Bestimmen Sie das Potential zu den Kräften die konservativ sind.

(c) Berechnen Sie für beide Kraftfelder die Arbeit, die man verrichten muss, um ein Teilchen vom Punkt $(-1, -1, 0)$ zum Punkt $(1, 1, 0)$ zu bewegen entlang der drei verschiedenen Wege:

i) direkter Weg

ii) entlang der direkten Pfade von $(-1, -1, 0)$ nach $(1, -1, 0)$ und dann von $(1, -1, 0)$ nach $(1, 1, 0)$

iii) entlang der zwei Halbkreise die in der x-y-Ebene liegen und die beiden Punkte verbinden (siehe Abb. 1).

4. Integrale (5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 15 = 45 Punkte)

Bestimmen Sie die folgende. Integrale. Verwenden Sie zum Beispiel die Methoden der Substitution, partiellen Integration und Ableitung nach einem Parameter (siehe Übungsblatt 2)

(a)

$$I_1 = \int_0^1 dx\, e^{\sqrt{x}} \tag{1}$$

(b)

$$I_2 = \int_0^\pi dx \sin^2 x \tag{2}$$

(c)

$$I_3 = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \tag{3}$$

(d)

$$I_4 = \int_0^\infty \frac{dx}{x^2 + a^2} \tag{4}$$

(e)

$$I_5 = \int_0^{\pi/2} dx \frac{\cos x}{2 + \sin x} \tag{5}$$

(f)

$$I_6 = \int_0^1 dx\, 2^x \tag{6}$$

(g) Bestimmen Sie das Verhalten der Gamma-Funktion

$$\Gamma(n+1) = \int_0^\infty dx x^n e^{-x} \tag{7}$$

für große $n \in \mathbb{R}$. Gehen Sie wie folgt vor. Bestimmen Sie erst den dominanten Beitrag des Integranden, indem Sie den Exponenten maximieren. Finden Sie die dann auch die nächste nicht verschwindende Ordnung von $\Gamma(n+1)$ für grosse n, indem Sie um das Maximum des Exponenten entwickeln.