Karlsruher Institut für Technologie | Institut für Theoretische Festkörperphysik

Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik I WS 2016/17

Prof. Dr. Carsten Rockstuhl
Dr. Andreas Poenicke, MSc. Karim Mnasri

Blatt 5
Abgabe: 22.11.2016

1. Bezugssysteme 6 Punkte

Ein Massepunkt bewege sich auf der Bahnkurve

$$\mathbf{r}(t) = r_{0,x}\,\mathbf{e}_x + v_z t\,\mathbf{e}_z \ .$$

Geben Sie die Bahnkurve in den folgenden verschiedenen Bezugssystemen an:

(a) Um den Vektor $d\,\mathbf{e}_z$ verschoben (d.h. der Koordinatenursprung des neuen Bezugssystems liegt im alten System bei $(0, 0, d)$).

(b) Um den Winkel π um die y-Achse gedreht.

(c) Um den Winkel $\pi/4$ gegen den Uhrzeigersinn um die z-Achse gedreht.

(d) Gleichförmig mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v\,\mathbf{e}_x$ bewegt (für $t = 0$ sollen die Koordinaten beider Systeme zusammenfallen).

(e) Gleichförmig mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v_z\,\mathbf{e}_z$ bewegt (für $t = r_{0,x}/v_z$ sollen die Koordinaten beider Systeme zusammenfallen).

(f) Mit konstanter Beschleunigung $\mathbf{a} = c\,(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z)$ bewegt (für t=0 sollen die Koordinaten beider System zusammenfallen und die Relativgeschwindigkeit beider Systeme verschwinden.

2. Inertialsysteme 6 Punkte

Ein Massepunkt bewege sich im Inertialsystem Σ auf der Bahnkurve

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}_0 t^2,$$

wobei $\mathbf{r}_0$, $\mathbf{v}_0$ und $\mathbf{a}_0$ beliebige zeitlich konstante Vektoren sind.

(a) [1 Punkt] Finden Sie eine Transformation auf ein Inertialsystem Σ', so dass in Σ' gilt:

$$\mathbf{r}'(0) = 0 \quad \text{und} \quad \dot{\mathbf{r}}'(0) = 0 \ .$$

Geben Sie die Bahnkurve in Σ' an.

(b) Bestimmen Sie die Drehmatrix $\hat{O}$, die aus diesem Inertialsystem Σ' in ein Inertialsystem Σ'' transformiert, so dass die Beschleunigung in Σ'' in positive z-Richtung zeigt.

(i) [2 Punkte] Finden Sie zunächst eine Drehung um die z-Achse (Drehwinkel ϕ), so dass der gedrehte Beschleunigungsvektor keine y-Komponente mehr hat und die x-Komponente in positive Richtung zeigt.

(ii) [2 Punkte] Finden Sie danach eine zweite Drehung um die y-Achse (Drehwinkel θ), so dass auch die x-Komponente verschwindet.

Hinweis 1: Zur Bestimmung der Drehmatrizen können sie die Relationen[1]

$$\cos\alpha = \frac{1}{\pm\sqrt{1+\tan^2\alpha}} \qquad \textit{und} \qquad \sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\pm\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$$

verwenden.

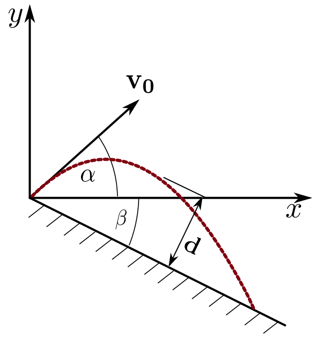
Hinweis 2: Zur Lösung der Aufgabe müssen die Winkel ϕ und θ nicht explizit bestimmt werden.

(c) [1 Punkt] Berechnen Sie die Gesamtdrehmatrix $\hat{O}$ und geben Sie die Bahnkurve in Σ'' an.

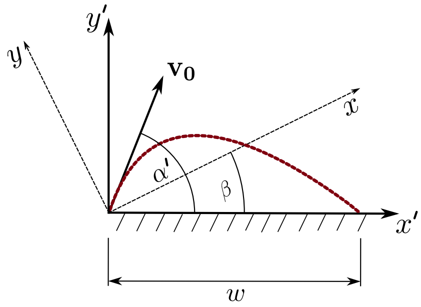
[1] Das negative Vorzeichen gilt für $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3}{2}\pi$

3. Schräger Wurf aus anderem Blickwinkel 8 Punkte

Betrachten Sie den schrägen Wurf mit der Anfangsgeschwindigkeit $\mathbf{v}_0$ eines Massenpunktes der Masse m unter dem Einfluss einer gleichförmigen Beschleunigung $\mathbf{a}(t) = -g\,\mathbf{e}_y$ auf einer schiefen Ebene (Abb.1(a)). Die Orientierung dieser schiefen Ebene ist charakterisiert durch den Winkel β relativ zur x-Achse. Diese Problemstellung könnte Ihnen bekannt vorkommen.



(a) Ausgangssystem



(b) Gedrehtes Inertialsystem

Abbildung 1: Schiefer Wurf auf schräger Ebene betrachtet in zwei Inertialsystemen.

Das Problem soll nun allerdings in einem gedrehten Bezugssystem betrachtet werden, in dem die x'-Achse in Richtung der schiefen Ebene orientiert ist, siehe Abb. 1(b).

(a) [2 Punkte] Bestimmen Sie die Beschleunigung $\mathbf{a}'(t)$, sowie die Anfangswerte $\mathbf{v}'_0$ und $\mathbf{r}'_0$ in dem gedrehten Inertialsystem. Bestimmen Sie aus der Bewegungsgleichung die Geschwindigkeit $\mathbf{v}'(t)$ sowie die Bahnkurve $\mathbf{r}'(t)$ in diesem System.

(b) [2 Punkte] Bestimmen Sie den maximalen Abstand d zur schiefen Ebene.

(c) [2 Punkte] Wie lautet, als Funktion des Abwurfwinkels α', die Wurfweite w? Berechnen Sie hierfür die zuerst die Wurfdauer t_{w}.
(Beachten Sie: w entspricht nicht der transformierten Wurfweite x_{w} aus Blatt 4 .)

(d) [2 Punkte] Unter welchem Abwurfwinkel α' erhält man die größte Wurfweite $w_{\max}$? Welchem Abwurfwinkel α im Ursprungssystem entspricht dies?