Klassische Theoretische Physik I WS 2018/2019

Prof. Dr. J. Schmalian
M. Hecker, E. Kiselev und Dr. R. Willa

Blatt 1
Abgabe 22.10.2018

Einleitende Informationen zum Übungsbetrieb:

- Die Anmeldung zu den Tutorien erfolgt über die Seite http://www.physik.kit.edu/Tutorium/WS1819/TheorieA/, und ist **nur** zwischen Mo 15.10.2018, 13:30 Uhr und Mi 17.10.2018, 23:59 Uhr möglich. Die Übungsgruppeneinteilung wird ab Donnerstag 18.10.2018 auf dem ILIAS-Server https://ilias.studium.kit.edu bekanntgegeben.
- Am Montag jeder Woche wird ein neues Übungsblatt auf dem ILIAS-Server freigeschaltet. Dieses gilt es zu bearbeiten und bis zum Dienstag der Folgewoche einzureichen. Die Abgabe erfolgt via Briefkasten im Erdgeschoss des Physik-Hochhauses (gekennzeichneter Briefkasten). Die eingereichten Übungen werden korrigiert und in den jeweiligen Übungsgruppen am Freitag darauf ausgeteilt. Eine Besprechung des Blattes findet dann statt.
- Obwohl diese Woche kein Blatt fällig ist, findet am Freitag 19.10.2018 bereits die erste Übungsstunde statt.
- Für die Klausurzulassung ist eine Prüfungsvorleistung von mindestens 60% erforderlich. Diese setzt sich aus den erzielten Punkten bei den Übungsaufgaben sowie der Probeklausur zusammen.
- Weiterführende Informationen zum Übungsbetrieb, zur Probeklausur und zur Klausur werden über den ILIAS-Server bekanntgegeben.

1. Teilchentrajektorie und Dreibein $(15 + 5 + 25 + 5 = 50$ Punkte)

Wir untersuchen die Eigenschaften einer Trajektorie im dreidimensionalen Raum.

(a) Berechnen Sie Geschwindigkeit $\boldsymbol{v} = d\boldsymbol{r}/dt$ und Beschleunigung $\boldsymbol{a} = d^2\boldsymbol{r}/dt^2$ einer punktförmigen Masse m auf der Bahnkurve

$$\boldsymbol{r}(t) = \big(R\cos(\omega t + \phi),\ R\sin(\omega t + \phi),\ ct\big), \tag{1}$$

mit den konstanten Parametern R [m], ω [1/s], ϕ [-], und c [m/s]. Geben Sie die dazu notwendige Kraft $\boldsymbol{F}$ an.

(b) Die Bogenlänge der Bahnkurve bis zur Zeit t ist gegeben durch

$$s(t) = \int_0^t dt' |\boldsymbol{v}(t')| \tag{2}$$

wobei $|\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$. Zeigen Sie, dass sich die Bogenlänge schreiben lässt als $s(t) = t/\zeta$ und bestimmen Sie die Konstante ζ. Welche Einheit besitzt ζ?

(c) Berechnen Sie den Tangentenvektor $\boldsymbol{t}$, den Normalenvektor $\boldsymbol{n}$ und den Binormalenvektor $\boldsymbol{b}$ der Trajektorie $\boldsymbol{r}(t)$. Gemeinsam bilden sie ein Dreibein aus drei orthonormierten Vektoren, das sich mit dem Teilchen die Trajektorie entlang bewegt. Bestimmen Sie ebenfalls die dazugehörige Krümmung der Bahnkurve κ sowie dessen Torsion τ. Nutzen Sie dazu die Definition für

- den Tangentenvektor $$\boldsymbol{t}(s) = d\boldsymbol{r}(s)/ds, \tag{3}$$
- die Krümmung $$\kappa(s) = |d\boldsymbol{t}(s)/ds|, \tag{4}$$
- den Normalenvektor $$\boldsymbol{n}(s) = \frac{1}{\kappa(s)} d\boldsymbol{t}(s)/ds, \tag{5}$$
- den Binormalenvektor $$\boldsymbol{b}(s) = \boldsymbol{t}(s) \times \boldsymbol{n}(s), \tag{6}$$
- die Torsion $$\tau(s) = |d\boldsymbol{b}(s)/ds|. \tag{7}$$

Letztere lässt sich auch implizit definieren als $d\boldsymbol{b}(s)/ds = -\tau(s)\boldsymbol{n}(s)$.

(d) Zeichnen Sie schematisch die Bahnkurve $\boldsymbol{r}(t)$ und fügen Sie das Dreibein an zwei verschiedenen Stellen der Kurve hinzu. Erklären Sie kurz warum man κ als Krümmung und τ als Torsion bezeichnet.

($\star$) Gegeben c, ω und R: Wie muss der Parameter ϕ gewählt werden, um auf der Höhe $z = z_0$ eine maximale Geschwindigkeit entlang x (d.h. v_x) zu erreichen?

Die mit einem Stern markierten Aufgaben regen weiterführende Fragestellungen an. Diese Denkanstösse sind freiwillig und fliessen nicht in die Bewertung ein.

2. Beschleunigte Bewegung (15 Punkte)

Ein Körper befinde sich zur Zeit $t = 0$ bei $\boldsymbol{r}(0) = (0, 1, 2)$, besitze die Geschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{r}}(0) = (2, 0, 1)$ und erfahre die Beschleunigung $\ddot{\boldsymbol{r}}(t) = (\cos(3t), 5t^3 + 2, 0)$. Es ist üblich mit $\dot{\boldsymbol{r}} \equiv d\boldsymbol{r}/dt$ und $\ddot{\boldsymbol{r}} \equiv d^2\boldsymbol{r}/dt^2$ Ableitungen nach der Zeit zu bezeichnen.

Berechnen Sie die Geschwindigkeit $\dot{\boldsymbol{r}}(t)$ und die Trajektorie $\boldsymbol{r}(t)$.

3. Schiefer Wurf (20 Punkte)

Unter welchem Winkel gegen die Horizontale muß man einen Kieselstein vom Dach des Physikhochhauses (Höhe $h = 60$m) werfen, um bei möglichst kleiner Anfangsgeschwindigkeit v_0 den Anstoßpunkt im KSC Stadion zu treffen (Abstand $a = 400$ m). Bestimmen Sie auch v_0. Vernachlässigen Sie Luftwiderstand und eventuelle Barrieren.

($\star$) Wäre der Abstand zum Stadion doppelt so gross, wie hoch müsste das Physikgebäude sein um den Wurf beim selben Winkel durchzuführen? Wie verhält sich v_0?

4. Flussübersetzung (15 Punkte)

Sie wollen mit einem Boot, das eine Geschwindigkeit von $|\boldsymbol{v}| = 6$m/s hat, zum genau gegenüberliegenden Punkt eines 40m breiten Flusses übersetzen. Der Fluss fließe überall mit einer Geschwindigkeit von $|\boldsymbol{u}| = 4$m/s.

(a) In welche Richtung müssen Sie steuern ?

(b) Wie lange dauert die Überfahrt ?