

## Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik I WS 19/20

Prof. Dr. A. Shnirman  
PD Dr. B. NarozhnyBlatt 10  
Besprechung 10.01.2020

## 1. Partielle Ableitungen: (20 Punkte)

Folgende Operationen kann man mithilfe des Nabla-Operators ausdrücken:

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \operatorname{div} \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A}, \quad \operatorname{grad} A = \nabla A.$$

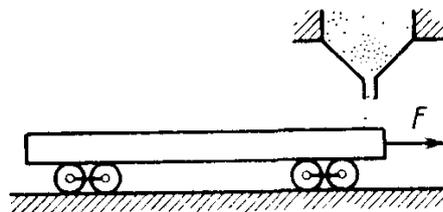
- Zeigen Sie:  $\nabla \times [f(\mathbf{r})\mathbf{r}] = 0$ .
- $\varphi$  sei ein skalares Feld,  $\mathbf{a}$  ein Vektorfeld. Beweisen Sie:  $\nabla \times [\varphi\mathbf{a}] = \varphi\nabla \times \mathbf{a} + (\nabla\varphi) \times \mathbf{a}$ .
- Verifizieren Sie:  $\nabla \times \nabla \times \mathbf{a} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \Delta\mathbf{a}$ . Die Komponenten von  $\mathbf{a}$  seien zweimal stetig differenzierbar.
- Was ergibt:  $\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{r})$ , wenn  $\mathbf{a}$  ein konstanter Vektor ist?

## 2. Zentralkraft: (10 Punkte)

In einem bestimmten zweidimensionalen Kraftfeld hat die potentielle Energie eines Teilchens die Form  $U = \alpha x^2 + \beta y^2$ , wobei  $\alpha$  und  $\beta$  positive Konstanten sind, deren Größen unterschiedlich sind.

- Handelt es sich hierbei um ein Zentralkraftfeld?
- Welche Form haben die Äquipotentialflächen und welche die Flächen, für die die Größe des Kraftvektors  $F = \text{const}$ ?

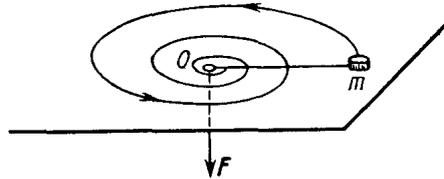
## 3. Impuls: (10 Punkte)



Ein flacher Wagen der Masse  $m_0$  beginnt sich aufgrund einer konstanten Horizontalkraft  $F$  nach rechts zu bewegen. Aus einem stationären Trichter gelangt Sand auf die Ladefläche des Wagens. Die Geschwindigkeit der Beladung ist konstant und entspricht  $\mu$  kg/s. Finden Sie die Zeitabhängigkeit der Geschwindigkeit und der Beschleunigung des Wagens während des Ladevorgangs. Die Reibung ist vernachlässigbar gering.

#### 4. Drehimpuls:

(10 Punkte)



Ein kleiner Körper der Masse  $m$ , der an einen nicht dehnbaren Faden gebunden ist, bewegt sich über eine glatte horizontale Ebene. Das andere Ende des Gewindes wird mit einer konstanten Geschwindigkeit in ein Loch bei  $O$  gezogen. Finden Sie die Fadenspannung in Abhängigkeit vom Abstand  $r$  zwischen dem Körper und dem Loch, wenn bei  $r = r_0$  die Winkelgeschwindigkeit des Fadens gleich  $\omega_0$  ist.