

Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik I WS 19/20

Prof. Dr. A. Shnirman
PD Dr. B. NarozhnyBlatt 10
Besprechung 10.01.2020

1. Partielle Ableitungen: (20 Punkte)

Folgende Operationen kann man mithilfe des Nabla-Operators ausdrücken:

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad \operatorname{div} \mathbf{A} = \nabla \cdot \mathbf{A}, \quad \operatorname{grad} A = \nabla A.$$

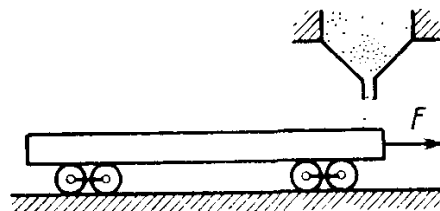
- Zeigen Sie: $\nabla \times [f(\mathbf{r})\mathbf{r}] = 0$.
- φ sei ein skalares Feld, \mathbf{a} ein Vektorfeld. Beweisen Sie: $\nabla \times [\varphi \mathbf{a}] = \varphi \nabla \times \mathbf{a} + (\nabla \varphi) \times \mathbf{a}$.
- Verifizieren Sie: $\nabla \times \nabla \times \mathbf{a} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{a}) - \Delta \mathbf{a}$. Die Komponenten von \mathbf{a} seien zweimal stetig differenzierbar.
- Was ergibt: $\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{r})$, wenn \mathbf{a} ein konstanter Vektor ist?

2. Zentralkraft: (10 Punkte)

In einem bestimmten zweidimensionalen Kraftfeld hat die potentielle Energie eines Teilchens die Form $U = \alpha x^2 + \beta y^2$, wobei α und β positive Konstanten sind, deren Größen unterschiedlich sind.

- Handelt es sich hierbei um ein Zentralkraftfeld?
- Welche Form haben die Äquipotentialflächen und welche die Flächen, für die die Größe des Kraftvektors $F = \text{const}$?

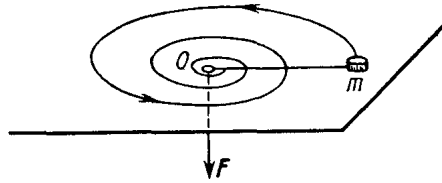
3. Impuls: (10 Punkte)



Ein flacher Wagen der Masse m_0 beginnt sich aufgrund einer konstanten Horizontalkraft F nach rechts zu bewegen. Aus einem stationären Trichter gelangt Sand auf die Ladefläche des Wagens. Die Geschwindigkeit der Beladung ist konstant und entspricht μ kg/s. Finden Sie die Zeitabhängigkeit der Geschwindigkeit und der Beschleunigung des Wagens während des Ladevorgangs. Die Reibung ist vernachlässigbar gering.

4. Drehimpuls:

(10 Punkte)



Ein kleiner Körper der Masse m , der an einen nicht dehnbaren Faden gebunden ist, bewegt sich über eine glatte horizontale Ebene. Das andere Ende des Gewindes wird mit einer konstanten Geschwindigkeit in ein Loch bei O gezogen. Finden Sie die Fadenspannung in Abhängigkeit vom Abstand r zwischen dem Körper und dem Loch, wenn bei $r = r_0$ die Winkelgeschwindigkeit des Fadens gleich ω_0 ist.