

Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik I WS 19/20**Prof. Dr. A. Shnirman****Blatt 0****PD Dr. B. Narozhny****Lösungsvorschlag**

1. Inelastischer Zusammenstoß:**(15 Punkte)**

Der Gesamtimpuls des aus zwei Teilchen bestehenden Systems ist erhalten.

Wir wählen das Koordinatensystem, in dem sich das Teilchen m anfangs entlang der x -Achse bewegt hat.

Betrachten nun die x -Richtung:

$$mu_0 = Mv_1 \cos \theta \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{mu_0}{M \cos \theta}.$$

u_0 ist die Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens m und v_1 ist die Geschwindigkeit des Teilchens M nach dem Stoß.

Ähnlicherweise betrachten wir die y -Richtung:

$$0 = mu_1 - Mv_1 \sin \theta \quad \Rightarrow \quad u_1 = \frac{Mv_1 \sin \theta}{m} = u_0 \tan \theta.$$

Vergleichen wir jetzt die kinetische Energie bevor und nach dem Stoß.

Bevor dem Stoß:

$$T_0 = \frac{mu_0^2}{2}.$$

Nach dem Stoß:

$$T_1 = \frac{mu_1^2}{2} + \frac{Mv_1^2}{2} = \frac{mu_0^2}{2} \tan^2 \theta + \frac{m}{M} \frac{mu_0^2}{2} \frac{1}{\cos^2 \theta}.$$

Die Änderung der kinetischen Energie

$$\Delta T = T_0 - T_1 = \frac{mu_0^2}{2} \left(1 - \tan^2 \theta - \frac{m}{M} \frac{1}{\cos^2 \theta} \right) = \frac{mu_0^2}{2} \left(2 - \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[1 + \frac{m}{M} \right] \right).$$

Die relative Änderung der kinetischen Energie

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{T_0 - T_1}{T_0} = \left(2 - \frac{1}{\cos^2 \theta} \left[1 + \frac{m}{M} \right] \right) = 0.4 \quad \Rightarrow \quad 40\%.$$

2. Elastischer Zusammenstoß:

(15 Punkte)

Aus der Symmetrie des Problems ergibt sich, dass die Geschwindigkeit der Scheibe A nach der Kollision entweder in die gleiche Richtung wie ihre Anfangsgeschwindigkeit oder in die entgegengesetzte Richtung geht. Die Geschwindigkeiten der Scheiben B und C sind gleich groß und symmetrisch in Bezug auf die Richtung der Anfangsbewegung der Scheibe A ausgerichtet.

Wir wählen das Koordinatensystem, in dem sich die Scheibe A ursprünglich in x -Richtung bewegte. Wir bezeichnen die x -Komponente ihrer Geschwindigkeit nach der Kollision als v' . Die Größe der Geschwindigkeiten der Scheiben B und C bezeichnen wir als v'' und ihre jeweiligen Winkel mit der x -Achse bezeichnen wir als θ und $-\theta$.

Der Winkel finden wir von der Geometrie des Problems:

$$\sin \theta = \frac{\eta d/2}{d} = \frac{\eta}{2}, \quad \cos \theta = \frac{\sqrt{4 - \eta^2}}{2}.$$

Der Parameter η hat den Wertebereich

$$1 \leq \eta \leq 2.$$

Die Impulserhaltung (in der x -Richtung) ergibt

$$mv = mv' + 2mv'' \cos \theta \quad \Rightarrow \quad v = v' + 2v'' \cos \theta \quad \Rightarrow \quad v - v' = 2v'' \cos \theta.$$

Die Energieerhaltung ergibt

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(v')^2}{2} + 2\frac{m(v'')^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v^2 = (v')^2 + 2(v'')^2 \quad \Rightarrow \quad v^2 - (v')^2 = 2(v'')^2.$$

Von der Impulserhaltung finden wir:

$$v - v' = 2v'' \cos \theta \quad \Rightarrow \quad (v - v')^2 = 4(v'')^2 \cos^2 \theta.$$

Jetzt vergleichen wir die zwei Ergebnisse und finden wir

$$(v - v')^2 = 2[v^2 - (v')^2] \cos^2 \theta = 2(v - v')(v + v') \cos^2 \theta \quad \Rightarrow \quad v - v' = 2(v + v') \cos^2 \theta.$$

Letztendlich lösen wir die Gleichung und finden v' :

$$v' = v \frac{1 - 2 \cos^2 \theta}{1 + 2 \cos^2 \theta} = -v \frac{2 - \eta^2}{6 - \eta^2}.$$

Deswegen:

$$v' \longrightarrow \begin{cases} < 0, & \eta < \sqrt{2}, \\ = 0, & \eta = \sqrt{2}, \\ > 0, & \eta > \sqrt{2}. \end{cases}$$

3. Drehimpuls:

(20 Punkte)

- (a) Die einzige äußere Kraft, die auf die Scheibe wirkt (die Schwerkraft und die normale Reaktion aufheben sich gegenseitig), ist die Reaktionskraft der Wand, die am Punkt O wirkt und orthogonal zur Wand gerichtet ist.

Das Drehmoment der Reaktionskraft in Bezug auf jeden Punkt entlang der Linie, die orthogonal zur Wand ist und durch den Punkt O verläuft, verschwindet.

Daher bleibt der Drehimpuls relativ zu jedem Punkt auf dieser Linie erhalten.

- (b) Wir wählen das Koordinatensystem, in dem die y -Achse nach oben und parallel zur Wand verläuft und die x -Achse senkrecht zur Wand steht.

Before dem Stoß ist der Impuls der Scheibe

$$(p_x, -p_y),$$

und nach dem Stoß

$$(-p_x, -p_y).$$

Die Änderung des Impulses ist

$$(\Delta \mathbf{p})_x = -2p_x = -2mv \cos \alpha \quad (\Delta \mathbf{p})_y = 0.$$

Deswegen ist die Größe der Zunahme des Vektors des Drehimpulses der Scheibe relativ zum Punkt O'

$$|\Delta \mathbf{L}| = 2mvl \cos \alpha.$$