

Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik I WS 2022/23

PROF. DR. CARSTEN ROCKSTUHL

Blatt 13

MITCHELL WHITTAM, DAVID DAMS, BENEDIKT ZERULLA

Abgabe: Mittwoch 15.02.2023

1. Gekoppelte harmonische Oszillatoren

[5 Punkte]

Gegeben seien drei identische Punktmassen der Masse m , die untereinander durch Federn gleicher Härte K verbunden sind.



- (a) [2 Punkte] Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Systems in der folgenden Matrixform auf (es bezeichne $\mathbf{x}(t)$ den Vektor der Auslenkungen der Massen aus der Ruhelage).

$$\ddot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{M}\mathbf{x}(t).$$

- (b) [3 Punkte] Lösen Sie die Bewegungsgleichung mit der Anfangsbedingung $\mathbf{x}(0) = (x_0, 0, x_0)$.

2. Genähertes 1D Potential

[5 Punkte]

Ein Teilchen der Masse m und Gesamtenergie E bewege sich in einem 1D Potential $V(x)$ mit der Anfangsbedingung $x(0) = x_0$.

- (a) [2 Punkte] Geben Sie unter Ausnutzung der Energieerhaltung den Ausdruck $t(x)$ an.
 (b) [3 Punkte] Das Potential besitze bei x_m ein Minimum. Finden Sie $x(t)$, indem Sie das auftretende Integral mithilfe einer quadratischen Näherung für $V(x)$ auswerten.

Hinweis: Eine Substitution der Art $x = \sin(u)$ ist hilfreich.

3. Epizykloide

[5 Punkte]

Eine Epizykloide wird beschrieben durch die Parametrisierung

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} R(k+1) \cos t - R \cos[(k+1)t] \\ R(k+1) \sin t - R \sin[(k+1)t] \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t < 2\pi,$$

wobei $R > 0$ und $k \in \mathbb{N}$ Konstanten seien.

Zeigen Sie, dass die Bogenlänge L einer Epizykloide durch

$$L = 8R(k+1)$$

gegeben ist.

Hinweis: Nutzen Sie die Identität $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$.