**Institut für Theoretische Teilchenphysik**

# Klassische Theoretische Physik I

## WS 2023

Übungsblatt 12

Abgabe: 26.1.2024, 12 Uhr

Besprechung: 2.2.2024

Prof. Dr. U. Nierste

Dr. L. Chen, Tim Kretz

Laden Sie Ihre Lösung bitte hoch bei
https://ilias.studium.kit.edu/goto.php?target=crs_2215325&client_id=produktiv.

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt ihrer Lösung und geben Sie auf der ersten Seite Ihre Tutorgruppe (Nummer, Ort, Zeit, Name des Tutors) an.

---

**Aufgabe 23:** Auf ein geladenes Teilchen mit Masse $m$, dass ich im Erdmagnetfeld bewegt, wirkt die *Lorentzkraft*

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}, \tag{1}$$

wobei $q$ und $\vec{v}$ elektrische Ladung und Geschwindigkeit des Teilchens bezeichnen. Der Vektor $\vec{B}$ (dessen Betrag als *magnetische Flussdichte* bezeichnet wird) charakterisiert Stärke und Richtung des Magnetfeldes. Auf der Nordhalbkugel ist

$$\vec{B} = -|\vec{B}| \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ 0 \\ \sin\alpha \end{pmatrix}, \tag{2}$$

wobei das Koordinatensystem so gewählt ist, dass die $z$-Achse nach oben und die $x$-Achse nach Süden zeigt. $\alpha$ heißt *Inklination*. Die kleine Ostkomponente $B_y$ vernachlässigen wir, die mit ihr verbundene *Deklination* rührt daher, dass der geographische Nordpol nicht mit dem sog. *magnetischen Nordpol* (der ein physikalischer Südpol ist) zusammenfällt.

**a)** (1 Punkt) Bestimmen Sie eine Drehmatrix $R$, so dass im gedrehten Koordinatensystem $\vec{B}\,' := R\vec{B} = -|\vec{B}|\,(0,0,1)^T$ ist. Wählen Sie als Drehachse eine der drei Koordinatenachsen $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, $\vec{e}_z$.

**b)** (1 Punkt) Bestimmen Sie $\vec{v}\,'(t)$ aus der Bewegungsgleichung

$$m\dot{\vec{v}}\,' = q\vec{v}\,' \times \vec{B}\,'$$

für $m > 0$ und zeitlich und räumlich konstantes $\alpha$ und $|\vec{B}|$ mit $0 \le \alpha \le \pi/2$ und $q|\vec{B}| \neq 0$ zur Anfangsbedingung $\vec{v}\,'_0 = \vec{v}\,'(0) = (v'_{0x}, 0, v'_{0z})^T$. Drücken Sie das Ergebnis durch $\omega := q|\vec{B}|/m$ aus; $|\vec{\omega}|$ heißt *Zyklotronkreisfrequenz.*

**c)** (1 Punkt) Bestimmen Sie $\vec{r}\,'(t)$ zur Anfangsbedingung $\vec{r}\,'_0 = \vec{r}\,'(0) = (x'_0, 0, z'_0)^T$.

**d)** (1 Punkt) Transformieren Sie Ihre Lösung $\vec{r}\,'(t)$ in das ursprüngliche Koordinatensystem, um $\vec{r}(t)$ zu finden. Drücken Sie Ihr Ergebnis durch $\vec{v}_0$ und $\vec{r}_0$ aus.

**e)** (1 Punkt) Betrachten Sie ein Proton, das aus $z_0 = 10\,\text{km}$ Höhe senkrecht mit $\vec{v}_0 = (0, 0, -3 \cdot 10^6 \frac{m}{s})$ auf Karlsruhe zufliegt. (Die Gewichtskraft $mg$ ist vernachlässigbar.) Die zugehörigen Parameter sind

$$m = 1,7 \cdot 10^{-27} kg, \qquad q = 1,6 \cdot 10^{-19} C,$$
$$|\vec{B}| = 49 \cdot 10^{-6}\, T = 49 \cdot 10^{-6} \frac{kg}{Cs}, \qquad \alpha = 65^\circ = 0.36\pi$$

Zeichnen Sie die Projektionen von $\vec{r}(t)$ in die $(x, z)$- und $(x, y)$-Ebene bis zum Auftreffen des Teilchens auf den Boden.
Ergänzender Hinweis: Die Lösung ist nur im Vakuum korrekt, eine vollständige Beschreibung müsste auch Stöße mit Luftmolekülen umfassen. Für die Forschung besonders interessant sind Teilchen aus hochenergetischen kosmischen Teilchen-Strahlen (aus Protonen, Eisen-Ionen,...), die beim Aufprall auf die Atmosphäre durch solche Stöße gut beobachtbare *Luftschauer* auslösen. Das KIT erforscht hochenergetische kosmische Strahlen am *Pierre-Auger-Observatorium* in Argentinien.

**Aufgabe 24:** Wurf: Ein Handballspieler möchte einen Handball möglichst weit in südliche Richtung werfen. Die Anfangsgeschwindigkeit des Balls wird mit $\vec{v}_a$ bezeichnet, der Betrag der Anfangsgeschwindigkeit mit $v_a$.

**a)** (1 Punkt) Bestimmen Sie zunächst für einen allgemeinen Anstellwinkel $\theta$ die Bahnkurve $\vec{r}(t)$ des Balls für einen Wurf nach Süden. Vernachlässigen Sie zunächst die Corioliskraft und die Zentrifugalkraft. Wählen Sie die $z$-Achse vertikal nach oben und die $x$-Achse in Richtung des Längengrads zum Nordpol. $\theta$ ist der Winkel zwischen der $x$-Achse und der Wurfrichtung. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei der Ball am Ort $\vec{r}(0) = (0, 0, 0)$. Die Beschleunigung sei konstant $\vec{a} = (0, 0, -g)$.

**b)** (1 Punkt) Berechnen Sie den Zeitpunkt $T$ und den Abstand $X$, bei dem der Ball wieder am Boden auftrifft. Bei welchem Winkel $\theta$ wird der Abstand $X$ maximal, falls $v_a$ und $g$ fest vorgegeben sind?

**c)** (2 Punkte) Betrachten Sie nun die Corioliskraft $\vec{F}_C = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$ als Störung zu obigem Wurf. Berechnen Sie nun den Korrekturterm zu obiger Bahnkurve.
*Hinweis: Sie dürfen dazu $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ aus* **a)** *in $\vec{F}_C$ einsetzen.*

**d)** (1 Punkt) Der Handballspieler befinde sich in Turin (45° N), seine Wurfgeschwindigkeit beträgt 50 m/s, der Handball wiegt 450 g, die Erdrotation beträgt $|\vec{\omega}| \sim 3/4 \cdot 10^{-4}$ s$^{-1}$ und der Erdbeschleunigung $|g| \sim 10$ m/s$^2$. Der Handballspieler verwende den in **b)** berechneten Anstellwinkel. Berechnen Sie, wie weit der Ball in $y$-Richtung abgelenkt wird.