UNIVERSITÄT KARLSRUHE SS 2002
INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE
Prof. Dr. Ralph v. Baltz , Dr. Jan Brinckmann 23.10.02
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre janbri@tkm.uni-karlsruhe.de

***Nach*klausur zur Vorlesung Theorie B SS 2002**

Name:

Matrikelnr.:

Vorname:

Studiengang, Semester:

Lehramt ?

Wichtige Hinweise:

- ☐ **Studentenausweis bitte sichtbar bereitlegen.**

- ☐ **Bitte nur das gestellte Papier verwenden. Bei Mangel: Handzeichen geben.**
- ☐ **Bitte Namen auf jedes Blatt schreiben.**
- ☐ **Wer vor Ablauf der Zeit abgeben möchte: bitte Handzeichen geben.**
- ☐ **Dieses Blatt mit abgeben.**

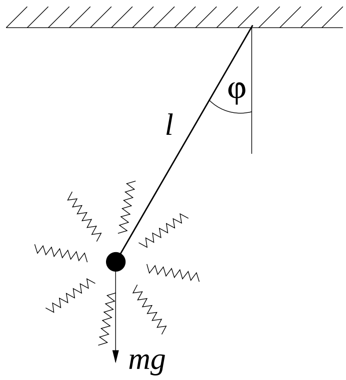
☐ **Keinerlei Hilfsmittel !** ☐ **Handys ausschalten und wegpacken !!**

Ergebnisse voraussichtlich ab Di., 29.10.02 im Eingangsbereich Hochhaus.
Dort auch Hinweise zur Rückgabe von Klausur und Scheinen.

Bitte wenden: Aufgaben auf der Rückseite $\Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow \Longrightarrow$

Aufgabe	1	2	3	4	Σ	Üb.	Schein	OP
Punkte								
von maximal	5	5	5	5	20	59		

OP = Klausur wird als erfolgreiche Orientierungsprüfung gewertet (nur 1./2. Semester)



1 Ein Koffer mit hochradioaktivem Material hängt an einem Seil fester Länge l. Das System wird als ein ebenes mathematisches Pendel im Schwerefeld der Erde betrachtet, dessen Punktmasse m exponentiell zerfällt, $m = m(t) = m_0\, e^{-2\gamma t}$, $\gamma > 0$.

a) Geben Sie die Lagrangefunktion $\mathcal{L}(\varphi, \dot\varphi, t)$ an. [2 Punkte]

b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung für $\varphi(t)$, für kleine Winkel $(\sin(\varphi) \approx \varphi)$. [1 Punkt]

c) Wie lautet die allgemeine *reelle* Lösung, mit $\gamma = \sqrt{\frac{g}{2l}}$? [1 Punkt]

d) Geben Sie $\varphi(t)$ an für die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0$, $\dot\varphi(0) = \Omega_0$. Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf von $\varphi(t)$. [1 Punkt]

2 Gegeben ist ein System aus zwei ungleichen Massen mit der Lagrangefunktion
$$\mathcal{L}(\mathbf{r}_1, \dot{\mathbf{r}}_1, \mathbf{r}_2, \dot{\mathbf{r}}_2) = \frac{1}{2} m(\dot{\mathbf{r}}_1)^2 + m(\dot{\mathbf{r}}_2)^2 + k|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$$

a) Schreiben Sie $\mathcal{L}$ als Summe $\mathcal{L} = \mathcal{L}_{SP}(\mathbf{R}, \dot{\mathbf{R}}) + \mathcal{L}_{rel}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}})$ für Schwerpunkt- und Relativbewegung; $\mathbf{R}$ =Schwerpunkt, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$.
Wie lautet $\mathbf{R}$ für dieses System? [2 Punkte]

b) Welche Erhaltungsgrößen können Sie angeben, als Formeln, mit Begründung? [1 Punkt]

c) Transformieren Sie $\mathcal{L}_{rel}$ auf Polarkoordinaten r, φ in der x-y-Ebene ($z = 0$). Bestimmen Sie $r(t), \varphi(t)$ für die Anfangsbedingungen $\dot\varphi(0) = 0$, $\dot r(0) = v_0$, $r(0) = 0$. [2 Punkte]

3 Gegeben ist das Potential $V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T\,\mathbf{D}\,\mathbf{x}$ mit $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & -\sqrt{8} \\ -\sqrt{8} & 9 \end{pmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

a) Welche Eigenwerte λ_1, λ_2 und *normierte* Eigenvektoren $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}$ besitzt $\mathbf{D}$? Welche Eigenschaften sollten die $\lambda_\alpha, \mathbf{x}^{(\alpha)}$ aufweisen; sind diese hier erfüllt? [2 Punkte]

b) Bringen Sie V auf die Form $V(q_1, q_2) = \frac{1}{2}\mathbf{q}^T\,\widetilde{\mathbf{D}}\,\mathbf{q}$ mit $\mathbf{x} = \mathbf{U}\,\mathbf{q}$, $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$, wobei die Spalten von $\mathbf{U}$ aus den (normierten) Eigenvektoren $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}$ bestehen. Geben Sie $\widetilde{\mathbf{D}}$ an. Schreiben Sie $V(x_1, x_2)$ und $V(q_1, q_2)$ explizit als Funktion von x_1, x_2 bzw. q_1, q_2. [2 Punkte]

c) Geben Sie $q_1(x_1, x_2)$ und $q_2(x_1, x_2)$ an, und skizzieren Sie die Lage der Koordinatenachsen q_1, q_2 sowie einige Äquipotentiallinien. [1 Punkt]

4 Gegeben sei ein System mit der Hamiltonfunktion
$$\mathcal{H}(x, p_x; \varphi, p_\varphi) = \frac{p_x^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{p_\varphi^2}{m\,l^2} - \frac{p_x\,p_\varphi}{m\,l} + \frac{1}{2} mgl\,\varphi^2$$

a) Wie lauten die kanonischen Bewegungsgleichungen für $x, p_x, \varphi, p_\varphi$? [1 Punkt]

b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung für $x(t), \varphi(t)$. [2 Punkte]

c) Zeigen Sie über das Wirkungsprinzip, daß die Hamiltonfunktion
$\widetilde{\mathcal{H}} = \mathcal{H} + 2\omega p_\varphi - \omega l p_x$
auf dieselben Bewegungsgleichungen führt. [2 Punkte]