

Theoretische Physik B, SS 2005 Nachklausur, 26. Oktober 2005

Dauer: 2 Stunden. Gesamtpunktzahl: 30 Punkte. Hinweise: Beginnen Sie bitte jede Klausuraufgabe auf einem neuen Blatt. **Schreiben Sie auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** und auf das erste Blatt Ihre Übungsgruppe. Die Ergebnisse sind ab 28.10.05 im Sekretariat TFP, 11.1, zu erfahren.

1. Lagrange-Funktion → Hamilton-Funktion (6 Punkte)

Die Lagrange-Funktion eines Teilchens in 2 Dimensionen sei $L = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{m\dot{y}^2}{2} + axy - U(x, y)$

(1a) (3 Punkte) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen (Lagrange-Gleichungen 2. Art) auf.

(1b) (3 Punkte) Finden Sie die entsprechende Hamilton-Funktion $H(x, y, p_x, p_y)$.

2. Kleine Schwingungen (6 Punkte)

Betrachten Sie zwei Massen m , die sich nur in x -Richtung bewegen können (siehe Abb. 1). Beide Massen sind durch Federn mit Federkonstante k mit einer festen Wand und durch eine Feder mit Federkonstante k_1 miteinander verbunden (siehe Abb. 1).

(2a) (2 Punkte) Stellen Sie die Lagrange-Funktion und die Bewegungsgleichungen auf.

(2b) (2 Punkte) Finden Sie aus Symmetrie-Gründen die Eigenmoden und bestimmen Sie die Eigenfrequenzen.

(2c) (2 Punkte) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen und die Eigenmoden durch eine formale Rechnung (Diagonalisieren des Bewegungsgleichungssystems).

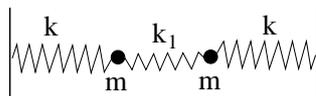


Abbildung 1: die zwei Massen

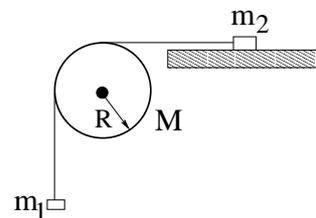


Abbildung 2: die Fallmaschine

3. Fallmaschine mit einer massiven Rolle (6 Punkte)

Betrachten Sie die Fallmaschine in Abb. 2. Die Massen m_1 und m_2 sind durch eine Schnur verbunden, die über eine zylindrische Rolle (Länge L) mit Masse M und Radius R gelenkt wird. Auf die Massen wirkt die Schwerkraft. Die Masse m_2 bewegt sich reibungslos auf der festen horizontalen Fläche. Die Achse der Rolle bleibt fest.

(3a) (3 Punkte) Wählen Sie die Höhe der Masse m_1 als verallgemeinerte Koordinate und geben Sie die Lagrange-Funktion des Systems an. Wie lautet die Bewegungsgleichung?

(3b) (3 Punkte) Finden Sie die Zwangskräfte, die auf die Massen wirken und das Drehmoment, das auf die Rolle wirkt.

4. Trägheitstensor (7 Punkte)

Gegeben seien drei Massen in der $x-y$ Ebene. Zwei Massen m befinden sich in den Punkten $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ und $(x, y, z) = (0, 4a, 0)$. Eine Masse $2m$ befindet sich in dem Punkt $(x, y, z) = (2a, 0, 0)$ (siehe Abb. 3).

(4a) (2 Punkte) Bestimmen Sie den Schwerpunkt und den Trägheitstensor bezogen auf den Schwerpunkt.

(4b) (3 Punkte) Finden Sie die Hauptträgheitsmomente.

(4c) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass die z -Achse eine der Hauptachsen ist. Bestimmen Sie die Richtungen (z.B. die Winkel mit der x -Achse) der beiden anderen Hauptachsen in der $x-y$ Ebene.

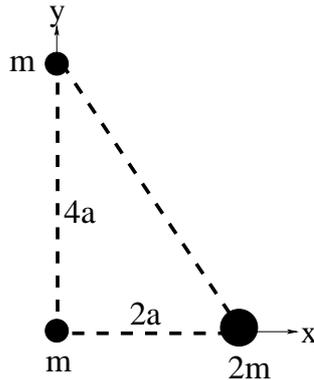


Abbildung 3: die drei Massen

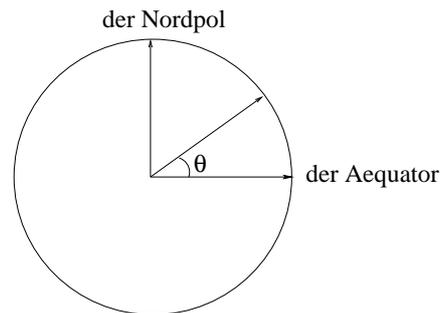


Abbildung 4: die Erde

5. Corioliskraft und Zentrifugalkraft (5 Punkte)

Ein Auto mit Masse m befindet sich an einem Ort mit der geographischen Breite θ auf der nördlichen Halbkugel (siehe Abb. 4). Bestimmen Sie die Corioliskraft und die Zentrifugalkraft (Betrag und Richtung) auf das Auto, wenn das Auto sich mit Geschwindigkeit v

(5a) (2.5 Punkte) von Süden nach Norden

(5b) (2.5 Punkte) von Osten nach Westen

bewegt.