

Theoretische Physik B

Institut für Theoretische Teilchenphysik

Prof. Dr. M. Steinhauser, Dr. D. Seidel
www-ttp.physik.uni-karlsruhe.de/Lehre/

SS 08 – Klausur
Bearbeitungsdauer: 2 Stunden

Name:	Gruppe:
-------	---------

Matrikelnummer:

Note: ja/nein

Schreiben Sie bitte auf jedes Blatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.

Die Rückgabe der Klausur erfolgt am Freitag, den 18.07.08 zwischen 13:15 und 14:15 im Lehmann-Hörsaal.

Aufgabe:	1	2	3	4	Σ
	<input type="text"/>				
Punkte:	18	8	11	13	50

Aufgabe 1

18 Punkte

- [5P] Leiten Sie aus dem Hamiltonschen Prinzip die Euler-Lagrange-Gleichungen her. Der Einfachheit halber können Sie ein System mit einem Freiheitsgrad betrachten.
- [2P] Gegeben sei die Lagrangefunktion $L(x, \theta, \dot{x}, \dot{\theta}) = \frac{M}{2} \dot{x}^2 + \frac{m}{2} l^2 \dot{\theta}^2 + m \dot{x} l \dot{\theta} \cos \theta + mgl \cos \theta$. Gibt es zyklische Koordinaten? Falls ja, wie sehen die zugehörigen Bewegungskonstanten aus. Ist die Energie erhalten?
- [3P] Geben Sie die Symmetrietransformationen an, welche zur Energie-, Impuls- bzw. Drehimpulserhaltung führen (in Worten oder in Formeln).
- [2P] Was sind kanonische Transformationen?
- [4P] Berechnen Sie die Poissonklammern $\{L_i, p_j\}$ ($i, j = 1, 2, 3$), wobei L_i die Komponenten des Drehimpulsvektors eines Massenpunktes bezeichnen.
- [2P] Bestimmen Sie die Poissonklammer $\{\vec{V}, H\}$ des Runge-Lenz-Vektors $\vec{V} = \vec{p} \times \vec{L} - m\alpha \vec{r}/r$ mit der Hamiltonfunktion H eines Teilchens, das sich im Potential $V = -\alpha/|\vec{r}|$ bewegt (ohne die Poissonklammer explizit zu berechnen).

Bitte wenden

Aufgabe 2

8 Punkte

- (a) [3P] Zeigen Sie, dass die beiden Lagrangefunktionen $L_1 = \dot{q}^2 + \dot{q}^2$ und $L_2 = (q + \dot{q})^2$ dieselben Bewegungsgleichungen ergeben und verifizieren Sie, dass sich die Differenz der Lagrangefunktionen als totale Zeitableitung einer Funktion schreiben lässt.
- (b) [5P] Gegeben sei die Hamiltonfunktion

$$H = q_1 p_1 - q_2 p_2 - a q_1^2 + b q_2^2.$$

Zeigen Sie, dass

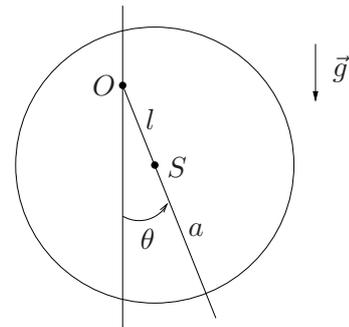
$$K = \frac{p_2 - b q_2}{q_1}$$

eine Konstante der Bewegung ist.

Aufgabe 3

11 Punkte

Ein homogener Kreiszyylinder (Radius a , Höhe h , Masse M) oszilliert reibungsfrei unter dem Einfluss der Schwerkraft um eine Achse durch O , die parallel zu der durch den Punkt S verlaufenden Symmetrieachse verläuft (siehe die in der Abbildung gezeigte Draufsicht). Der Abstand \overline{OS} sei l .

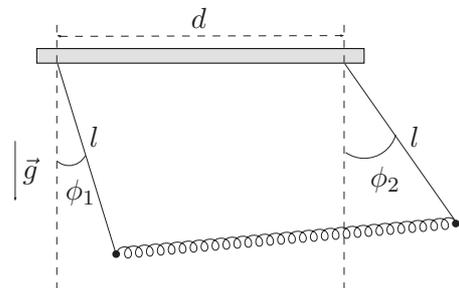


- (a) [4P] Berechnen Sie das Trägheitsmoment bezüglich der Drehachse durch O .
- (b) [7P] Stellen Sie die Lagrangefunktion auf und leiten Sie daraus die Bewegungsgleichung her. Bestimmen Sie die Frequenz ω der Oszillation für kleine Auslenkungen aus der Ruhelage.

Aufgabe 4

13 Punkte

Betrachten Sie zwei Pendel (gleiche Längen l , gleiche Massen m) im konstanten Schwerefeld, die im Abstand d aufgehängt sind. Die Pendel sind durch eine Feder (Federkonstante k) verbunden, die im unausgelenkten Zustand die Länge d besitzt.



- (a) [8P] Geben sie die Lagrangefunktion und die Bewegungsgleichungen unter Verwendung der unabhängigen Koordinaten ϕ_1, ϕ_2 für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage an (siehe Abbildung).
- (b) [5P] Berechnen Sie die Eigenfrequenzen des Systems. Wie sehen die zugehörigen Eigenschwingungen aus?