

MODULPRÜFUNG ZUR KLASSISCHEN THEORETISCHEN PHYSIK II

Prof. Dr. J. Kühn (Institut für Theoretische Teilchenphysik) Donnerstag, 21.07.2011, 14:00 – 17:00

Dr. P. Marquard (Institut für Theoretische Teilchenphysik)

Wichtig: Schreiben Sie auf jedes Blatt ihren Namen und ihre Matrikelnummer.
Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.

Aufgabe 1:

7 Punkte

Hinweis: Die Fragen in dieser Aufgabe können alle unabhängig voneinander und kurz beantwortet werden.

- a) Gegeben sei eine Lagrangefunktion $L(q, \dot{q}, t)$. Wie erhält man daraus den kanonischen Impuls p und die Hamiltonfunktion $H(q, p, t)$?
- b) Wie lautet die Euler-Lagrange-Gleichung?
- c) Wie lauten die kanonischen Gleichungen für p und q ?
- d) Die Poisson-Klammer sei definiert durch

$$\{A, B\} = \sum_k \left(\frac{\partial A}{\partial p_k} \frac{\partial B}{\partial q_k} - \frac{\partial A}{\partial q_k} \frac{\partial B}{\partial p_k} \right).$$

Berechnen Sie folgende Poisson-Klammern

- (i) $\{L_i, p_j\}$ mit dem Drehimpuls $\vec{L} = \vec{q} \times \vec{p}$,
 - (ii) $\{V, L_z\}$, wobei $V = V(\vec{q}^2)$.
- e) Eigenschaften des Trägheitstensors:
- (i) Zeigen Sie, dass für die Eigenwerte I_1, I_2, I_3 des Trägheitstensors gilt:

$$I_1 + I_2 \geq I_3.$$

- (ii) Alle Massenpunkte liegen in einer Ebene senkrecht zu $\vec{e}_3$. Es gelte $I_1 = I_3/2$. Was ergibt sich für I_2 ?

Aufgabe 2:

4 Punkte

Die Bewegung eines elektrisch geladenen Teilchens in einem elektromagnetischen Feld wird durch die Lagrangefunktion

$$L = \frac{m}{2} \dot{\vec{r}}^2 - q \left(\phi(\vec{r}) - \dot{\vec{r}} \cdot \vec{A}(\vec{r}) \right)$$

beschrieben, wobei m die Masse und q die elektrische Ladung des Teilchens sind. ϕ ist das skalare und $\vec{A}$ das Vektorpotential.

- a) Stellen Sie die Hamiltonfunktion auf.
- b) Betrachten Sie nun den Fall $\phi = 0$ und $\vec{A}(\vec{x}) = (0, xB, 0)$. Dies führt über $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ auf ein konstantes Magnetfeld in z -Richtung. Stellen Sie für diesen Fall die kanonischen Gleichungen auf und lösen Sie diese.

(bitte wenden)

MODULPRÜFUNG ZUR KLASSISCHEN THEORETISCHEN PHYSIK II

Prof. Dr. J. Kühn (Institut für Theoretische Teilchenphysik) Donnerstag, 21.07.2011, 14:00 – 17:00

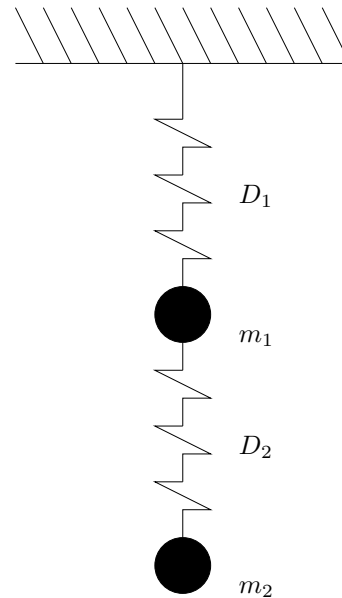
Dr. P. Marquard (Institut für Theoretische Teilchenphysik)

Aufgabe 3:

6 Punkte

Betrachten Sie zwei Massenpunkte, die wie in nebenstehender Abbildung gezeigt angeordnet sind. Die Massenpunkte sind durch Federn verbunden und befinden sich im Schwerfeld der Erde. Die Bewegung soll nur entlang der z -Achse erfolgen. Für die Massen gelte $m_1 = 2m_2 = m$, für die Federkonstanten $D_1 = 2D_2 = D$.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion des Systems auf. Fertigen Sie eine Skizze an, in der die verwendeten Koordinaten erklärt werden.
- Leiten Sie die Bewegungsgleichungen her.
- Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage.
- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage und geben Sie die allgemeinste Lösung an.



Aufgabe 4:

4 Punkte

Betrachten Sie die eindimensionale Bewegung eines Massenpunktes mit Masse m in einem Potential der Form

$$V(x) = -\frac{Gm}{x}, x > 0.$$

- Stellen Sie die Lagrangefunktion auf. Berechnen Sie den kanonischen Impuls und geben Sie die Hamiltonfunktion an.
- Setzen Sie $m = G = 1$ und skizzieren Sie die Bahnen im Phasenraum für $E = -2, -1, 0, 1, 2$.

Aufgabe 5:

6 Punkte

Betrachten Sie einen Körper mit Masse m , der an einer Feder mit der Federkonstanten D aufgehängt ist und sich im Schwerfeld der Erde befindet. Die Bewegung soll nur in der x - z -Ebene stattfinden.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion für das System auf. Fertigen Sie eine Skizze an, in der die verwendeten Koordinaten erklärt werden.
- Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.
- Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage.
- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage.

