Probelklausur zur Klassischen Theoretischen Physik II

Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

Dienstag, 07.06.2011, 17:30 – 19:30

Wichtig: Schreiben Sie auf jedes Blatt ihren Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppennummer.
Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.

Aufgabe 1: 10 Punkte

Hinweis: Die Fragen in dieser Aufgabe können alle unabhängig voneinander und kurz beantwortet werden.

a) Was versteht man unter einer zyklischen Koordinate? Zeigen Sie, dass der zugehörige generalisierte Impuls erhalten ist. 2 P

b) Betrachten Sie eine Lagrangefunktion $L(q, \dot{q}, t)$, die nicht explizit von der Zeit abhängt, also $\frac{\partial}{\partial t} L(q, \dot{q}, t) = 0$. Welche Kombination $Z(q, \dot{q}, t)$ aus L, $\frac{\partial}{\partial \dot{q}} L$ und $\dot{q}$ hat die Eigenschaft $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} Z(q, \dot{q}, t) = 0$? Beweisen Sie Ihre Antwort. 2 P

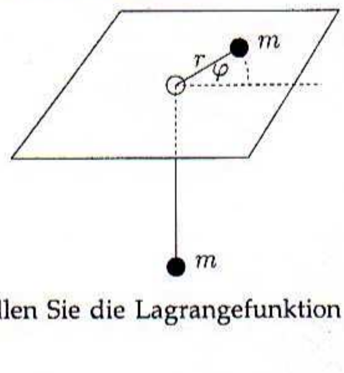
c) Zeigen Sie für ein eindimensionales System, wie aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung die Euler-Lagrange-Gleichung folgt. 2 P

d) Wie lautet die Lagrangefunktion für einen Massenpunkt mit Masse m im Gravitationspotential $V(x, y, z) = Gm/\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ in Kugelkoordinaten? Gibt es zyklische Variablen? Was sind die zugehörigen Erhaltungsgrößen? 2 P

e) Gegeben sei eine Lagrangefunktion $L = L(x_1 + \sqrt{x_2^2 + x_3^2}, \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \dot{x}_3^2, t)$. Finden Sie eine Symmetrie der Lagrangefunktion, geben Sie die entsprechende infinitesimale Variablentransformationen an und bestimmen Sie mit Hilfe des Noether-Theorems die dazugehörige Erhaltungsgröße. 2 P

Aufgabe 2: 8 Punkte

Betrachten Sie zwei gekoppelte Massen mit identischen Massen m. Eine der Massen kann reibungsfrei auf einer waagerechten Ebene gleiten, die zweite ist mit der ersten durch ein Seil der Länge l verbunden und befindet sich im Schwerefeld der Erde und führt nur Bewegungen entlang der z-Achse aus (siehe Abbildung).



a) Wählen Sie r und φ als generalisierte Koordinaten und stellen Sie die Lagrangefunktion auf. 1 P

b) Stellen Sie unter Verwendung der Euler-Lagrange-Gleichung die Bewegungsgleichungen auf. 2 P

c) Finden Sie eine Lösung der Bewegungsgleichung für $r(t)$ in Integralform. 2 P

d) Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage für $r(t)$ und lösen Sie die Bewegungsgleichung für $r(t)$ für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage. 3 P

(bitte wenden)

Probelklausur zur Klassischen Theoretischen Physik II

Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik) Dienstag, 07.06.2011, 17:30 – 19:30

Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

Aufgabe 3: 6 Punkte

Betrachten Sie Bahnen eines Massenpunktes der Masse m auf einem nach oben offenen Kegelmantel (Öffnungswinkel θ) unter Einfluss der Gravitation ($V = mgh$).

a) Bestimmen Sie die zugehörige Lagrangefunktion, indem Sie zunächst die kinetische Energie eines Massenpunktes in Kugelkoordinaten (r, θ, φ) angeben und dann den Polarwinkel θ festhalten. 2 P

b) Wie lauten die Bewegungsgleichungen für r und φ? Gibt es zyklische Koordinaten? 2 P

c) In welchem Verhältnis stehen die mittlere kinetische Energie $\langle T \rangle$ und mittlere potentielle Energie $\langle U \rangle$? 1 P

d) Vergleichen Sie die Umlaufzeiten t_1 und t_2 für zwei Kreisbahnen mit Radius r_1 bzw. r_2. 1 P

Aufgabe 4: 6 Punkte

Eine Perle mit Masse m kann sich reibungsfrei auf einem mit Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse rotierenden in der x-y Ebene liegenden geraden Draht, der durch den Ursprung geht, bewegen. Die Perle befinde sich zusätzlich in einem Potential der Form

$$U = \frac{k_1}{2} r^2 + \frac{k_2}{4} r^4 , \quad k_1, k_2 > 0 .$$

a) Stellen Sie die Lagrangefunktion und die Bewegungsgleichung auf. 2 P

b) Finden Sie die Gleichgewichtslage und lösen Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen aus der Ruhelage. 4 P