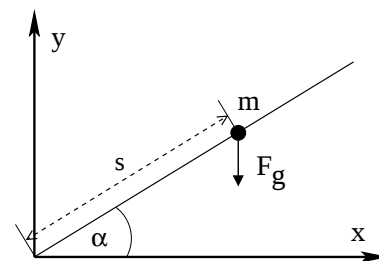


Übungsblatt Nr. 2 zur Theorie B

- 1** Eine Perle der Masse m gleitet im Schwerfeld $\mathbf{F}_g$ der Erde reibungsfrei auf einer Stange, die um den Winkel α nach oben geneigt ist.



- a) Führen Sie die Lage s der Perle auf der Stange als generalisierte Koordinate ein. Bestimmen Sie $x(s), y(s)$, und stellen Sie die (vorläufige) Lagrange-Gleichung 2. Art für $s(t)$ auf.
- b) Geben Sie die allgemeine Lösung $s(t)$ an.
- 2** Dasselbe Problem soll nun in den gewohnten Kartesischen Koordinaten $x(t), y(t)$ unter Berücksichtigung von Zwangsbedingungen gelöst werden:
- a) Formulieren Sie die Zwangsbedingung als $g(x, y) = 0$, und stellen Sie die Lagrange-Gleichungen 1. Art für $x(t)$ und $y(t)$ auf.
- b) Eliminieren Sie den Lagrange-Parameter λ aus den Lagrange-Gleichungen, und bestimmen Sie deren allgemeine Lösung.
Hinweis: λ kann über $\frac{d^2}{dt^2}g(x(t), y(t)) = 0$ bestimmt werden.
- c) Eliminieren Sie 2 der 4 Integrationskonstanten so, daß die Zwangsbedingung für alle Zeiten erfüllt ist.
Hinweis: $x(0) = s_0 \cos(\alpha), \dot{x}(0) = v_0 \cos(\alpha)$ etc.
- d) Interpretieren Sie die resultierende Bahnkurve $x(t), y(t)$ als eindimensionale Bewegung; vergleichen Sie mit Aufg. 1.

3 (“Liebhaberaufgabe”)

Der Neigungswinkel der Stange nimmt nun linear mit der Zeit zu, $\alpha = \alpha(t) = \omega t$.

- a) Stellen Sie analog zu **1a**) die Lagrange-Gleichung 2. Art auf.
- b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $s(t)$ dieser inhomogenen Gleichung.
- c) Geben Sie die Lösung für die Anfangsbedingungen $s(0) = 1, \dot{s}(0) = 0$ an.
 Wie verhält sich $s(t)$ für kleine Zeiten $\omega t \ll 1$?
Hinweis: Taylorentwicklung bis $\sim (\omega t)^2$.