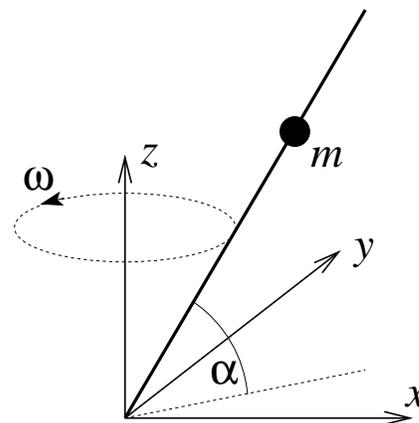


Übungsblatt Nr. 5 zur Theorie B

- 1** Eine Perle der Masse m gleitet reibungsfrei auf einer masselosen Stange im Schwerfeld der Erde. Die Stange nimmt einen festen Winkel α zur Erdoberfläche (x - y -Ebene) ein und rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die z -Achse.



- a) Welchen Freiheitsgrad hat das System?

Bestimmen Sie für eine geeignet gewählte generalisierte Koordinate die Bewegungsgleichung und deren allgemeine Lösung.

- b) Die Perle wird zunächst auf der Stange im Abstand r_0 vom Ursprung festgehalten und dann zur Zeit $t = 0$ losgelassen. Wie lautet die Lösung für diese Anfangsbedingungen? Diskutieren Sie qualitativ die Bewegung der Perle anhand der Grenzfälle verschwindender Rotation bzw. verschwindender Schwerkraft.

- 2** Das mathematische Pendel (eine Masse m hängt an einem masselosen Faden der Länge l im Schwerfeld der Erde) soll durch Ausnutzen der Energieerhaltung gelöst werden. φ sei der Auslenkungswinkel aus der Senkrechten.

- a) Geben Sie die Lagrangefunktion $\mathcal{L}(\varphi, \dot{\varphi})$ und die Gesamtenergie $E(\varphi, \dot{\varphi})$ an.

Prüfen Sie nach, daß Energieerhaltung gilt, $\frac{dE}{dt} = 0$.

- b) $\varphi(t)$ soll nun für eine gegebene Energie \bar{E} berechnet werden: Schreiben Sie dazu $\bar{E} = E(\varphi, \dot{\varphi})$ in der Form $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = u(\varphi)$ und dann $\frac{1}{u(\varphi)} d\varphi = dt$ (Trennung der Veränderlichen). Gehen Sie dabei von kleinen Auslenkungen aus, $\cos(\varphi) \approx 1 - \frac{1}{2}\varphi^2$. Nach Integration beider Seiten in den Grenzen $0, \varphi_b$ bzw. $0, t_b$ kann nach φ_b aufgelöst werden.

Hinweis: Geeignete Substitution und $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x)$.

- c) Wie lautet also $\varphi(t)$? Welchen Anfangsbedingungen genügt $\varphi(t)$?

Wo in der Rechnung in **b)** gehen diese Anfangsbedingungen ein?

— Besprechung in den Übungsgruppen am Fr., den 24.5.02 bzw. Di., den 28.5.02 —