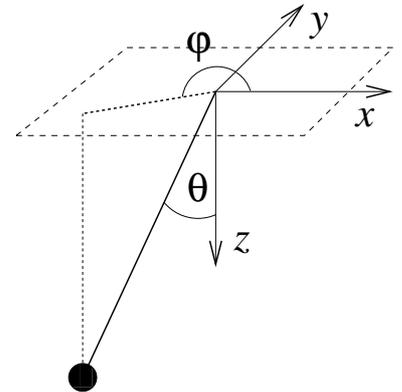


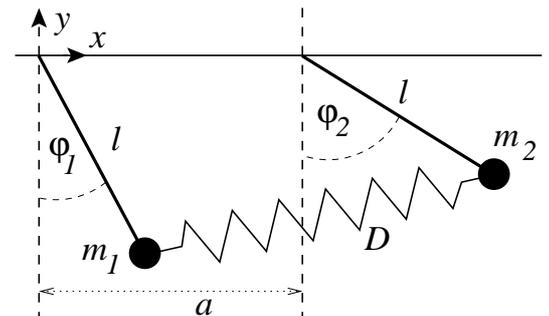
## Übungsblatt Nr. 2 zur Theorie B (Mechanik)

- 1** Eine Kugel der Masse  $m$  pendelt unterhalb der Zimmerdecke an einem masselosen Faden mit fester Länge  $l$ . Die Decke liegt in der  $x$ - $y$ -Ebene, die  $z$ -Achse zeigt nach unten, der Aufhängepunkt des Fadens liegt im Ursprung.



- a) Die generalisierten Koordinaten seien die Winkel  $\theta$  und  $\varphi$  für die Auslenkung aus der Senkrechten und die Projektion in die  $x$ - $y$ -Ebene.  
Bestimmen Sie die Lagrangefunktion  $\mathcal{L}(\theta, \dot{\theta}; \varphi, \dot{\varphi})$ .
- b) Zeigen Sie, daß die Lagrangegleichung für  $\varphi, \dot{\varphi}$  die folgende Form hat,  $\frac{d}{dt}L_z = 0$   
Was bedeutet diese Gleichung?
- c) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung  $\ddot{\theta} = f(\theta)$  für  $\theta(t)$  (ohne Lösung).  
Wie lautet  $f(\theta)$  für kleine  $\theta$ ? *Hinweis:*  $\dot{\varphi}$  kann über  $L_z$  eliminiert werden.
- d)\* Zeigen Sie, daß diese Gleichung (kleine  $\theta$ ) näherungsweise in einen harmonischen Oszillator mit verschobener Ruhelage übergeht.  
*Hinweis:* Taylor:  $f(\theta) \approx f(\theta_0) + f'(\theta_0)(\theta - \theta_0)$ ; mit  $\theta_0$  so, daß  $f(\theta_0) = 0$ .

- 2** Zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  hängen an masselosen Stangen der Länge  $l$  und sind über eine masselose Feder (Hooksches Kraftgesetz, Konstante  $D$ ) verbunden. Die Ruhelänge der Feder entspricht dem Abstand  $a$  der beiden Pendel. Die Bewegung ist zweidimensional in der  $x$ - $y$ - (Papier-) ebene.



- a) Die generalisierten Koordinaten seien  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ .  
Berechnen Sie die (potentielle) Energie der Feder als Funktion von  $\varphi_1, \varphi_2$ .
- b) Bestimmen Sie die gesamte potentielle Energie  $U(\varphi_1, \varphi_2)$ ,  
und nähern Sie diese für kleine Auslenkungen  $\varphi_1, \varphi_2$ .  
*Hinweis:* Sie müssen in quadratischer Ordnung entwickeln, d.h., in  $\sin, \cos, U$  sind alle Terme  $\sim \varphi_1^2, \varphi_2^2, (\varphi_1 - \varphi_2)^2$  mitzunehmen (Bronstein).
- c) Bestimmen Sie damit die Lagrangefunktion  $\mathcal{L}(\varphi_1, \dot{\varphi}_1; \varphi_2, \dot{\varphi}_2)$  und die Lagrangegleichungen. Welche Art System beschreiben diese Gleichungen?