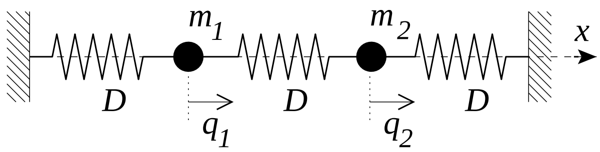
Universität Karlsruhe SS 2003
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Peter Wölfle, Dr. Jan Brinckmann **16.05.03**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre janbri@tkm.uni-karlsruhe.de / Physikhochh. Zi. 10.13

Übungsblatt Nr. 3 zur Theorie B (Mechanik)

1 Zwei ungleiche Massen m_1 und m_2 bewegen sich reibungsfrei auf der x-Achse. Sie sind über 3 gleichartige Federn (masselos, Konstante D) untereinander und mit den Wänden verbunden.



a) Benutzen Sie die Auslenkungen q_1, q_2 aus der Ruhelage als generalisierte Koordinaten, stellen Sie Lagrangefunktion auf, und bestimmen Sie die Lagrangegleichungen.

b) Zur Lösung dieses Systems von Differentialgleichungen verwenden Sie den komplexen Lösungsansatz

$$q_1(t) = b_1\, e^{-i\omega t} \quad , \quad q_2(t) = b_2\, e^{-i\omega t} \quad , \quad b_{1,2} = \text{komplex.}$$

Berechnen Sie die möglichen Eigenfrequenzen ω und die Koeffizienten $b_{1,2}$.

c) Geben Sie die allgemeine *reelle* Lösung $\operatorname{Re} q_{1,2}(t)$ an. Stimmt die Anzahl der (reellen) Integrationskonstanten?

d) Betrachten Sie nun den Fall $m_1 = m_2 = m$ und $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$. Welche Eigenmoden besitzt das System; wie können diese Moden einzeln angeregt werden?

2 **a)** Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\dfrac{\partial V(x,y)}{\partial x}$, $\dfrac{\partial V(x,y)}{\partial y}$ und $\dfrac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x\, \partial y}$ für

$$V(x,y) = \frac{x}{y^2 + a^2} \qquad V(x,y) = \frac{1}{r}\,, r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad V(x,y) = f(x) + g(y)$$

$a = const.$, f und g sind beliebige Funktionen.

b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\dfrac{\partial W(q,\dot{q},t)}{\partial q}$, $\dfrac{\partial W(q,\dot{q},t)}{\partial \dot{q}}$ und $\dfrac{\partial W(q,\dot{q},t)}{\partial t}$

$$W = a\,\dot{q}^2 \qquad W = a\,\dot{q}^2 - b\,q\,\dot{q} \qquad W = -b\,f(q)\,e^{-\lambda t}$$

a, b, λ sind Konstanten, f ist eine bel. Funktion.

c) Man berechne $\dot{u} = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ für

$$u(t) = F(x(t), y(t)) \qquad u(t) = G(q(t), \dot{q}(t), t) \qquad u(t) = \dot{q}(t)^3 + b\,q(t)^2 \sin(\lambda\, t)$$

F und G sind beliebige Funktionen.

d) Es sei $x = x(t)\,, y = y(x)$. Zeigen Sie, daß gilt: $\dfrac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{x}} = \dfrac{\partial y}{\partial x}$

— Besprechung in den Übungsgruppen am Freitag, 23.05.03 bzw. Dienstag, 27.05.03 —