

Übungsblatt Nr. 11 zur Theorie B (Mechanik)

- 1** Bestimmen Sie die konjugierten Impulse und die Hamiltonfunktion für die folgenden Systeme. Untersuchen Sie anhand der kanonischen Hamiltongleichungen, welche der konjugierten Impulse Erhaltungsgrößen sind.

- a) Übungsblatt 3, Aufgabe 1 a)
b) Übungsblatt 2, Aufgabe 1 a)

- 2** Beweisen Sie die folgenden algebraischen Eigenschaften der Poissonklammer,

$$\{f, g\} = -\{g, f\} ,$$

$$\{f, gh\} = \{f, g\}h + g\{f, h\} , \quad \{fg, h\} = \{f, h\}g + f\{g, h\}$$

wobei $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, $g(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, $h(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ Funktionen der generalisierten Koordinaten $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ und konjugierten Impulse $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$ sind.

- 3** Wir betrachten ein Teilchen im Potential mit der Hamiltonfunktion $\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r})$.

- a) Man berechne die folgenden Poissonklammern mit den Komponenten (L_1, L_2, L_3) des Drehimpulses $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$:

$$\{L_i, x_k\} , \quad \{L_i, p_k\} , \quad \{L_i, L_k\} , \quad i, k = 1, 2, 3$$

- b) Das Potential sei ein Zentralpotential, $U(\mathbf{r}) = U(|\mathbf{r}|)$. Zeigen Sie, daß

$$\{\mathcal{H}, L_i\} = 0 , \quad \{\mathcal{H}, |\mathbf{L}|^2\} = 0 , \quad \{|\mathbf{L}|^2, L_i\} = 0$$

Benutzen Sie dazu die algebraischen Eigenschaften aus Aufg. 2.

Was ist die physikalische Bedeutung dieser Gleichungen?

- c) Das Potential sei nun $U(|\mathbf{r}|) = \frac{\gamma}{|\mathbf{r}|}$. Zeigen Sie, daß

$$\mathbf{A} = (\mathbf{p} \times \mathbf{L}) + m\gamma \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

eine Erhaltungsgröße ist. Benutzen Sie dazu Poissonklammern, so daß Sie Ergebnisse aus b) verwenden können.

— Besprechung in den Übungsgruppen am Freitag, 18.07.03 —

***** Klausur: Montag, 21.7.03, 17:30—19:30 Uhr, Gerthsen HS *****

Erlaubte Hilfsmittel: 1 beidseitig handbeschriebenes Blatt; Papier wird gestellt.

(keine Formelsammlung, kein Taschenrechner o.ä., keine Bücher.)

Rückgabe der Klausur: Freitag, 25.7.03 in den Übungsgruppen.