

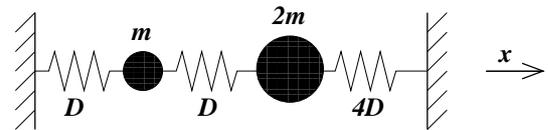
## Übungsblatt Nr. 1 zur Theorie B

### 1 Kepler-Problem (siehe Theorie A)

Ein Teilchen der Masse  $m$  befindet sich im Gravitationsfeld einer festgehaltenen Masse  $M$ . Durch welche Größen wird der Zustand des Systems festgelegt? Was versteht man unter einer Erhaltungsgröße? Wie viele und welche gibt es für dieses System?

### 2 Gekoppelte Oszillatoren (siehe Theorie A)

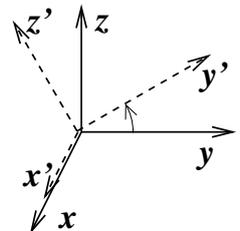
Zwei Massen,  $m_1 = m$  und  $m_2 = 2m$ , sind mit Federn unterschiedlicher Federkonstanten zwischen zwei Wänden gekoppelt und können sich nur in die  $x$ -Richtung bewegen.



- (a) Geben Sie die Kräfte auf die Massen als Funktion der Auslenkungen  $x_1, x_2$  aus der Ruhelage an und stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf. Machen Sie den üblichen komplexen Ansatz  $[x_j(t) \rightarrow z_j(t) = a_j e^{i\omega t}$  mit  $a_j \in \mathbb{C}$  für  $j = 1, 2$ ] und schreiben Sie das resultierende System simultaner Gleichungen für  $a_1, a_2$  als Matrixgleichung.
- (b) Bestimmen Sie die zwei möglichen Werte von  $\omega$  (Eigenwerte) und die zugehörigen Lösungen für  $a_1, a_2$  (Eigenvektoren). Geben Sie die allgemeine reelle Lösung für  $x_1, x_2$  an. Wie verhalten sich die Massen?

### 3 Rotierendes Bezugssystem

Ein Teilchen der Masse  $m$  bewegt sich in einem Inertialsystem  $K(x, y, z)$  unter dem Einfluß der Kraft  $\mathbf{F}$ , also mit Bewegungsgleichung  $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$ . Betrachten Sie nun diese Bewegung in einem anderen Bezugssystem  $K'(x', y', z')$ , das um die  $x$ -Achse von  $K$  gegen den Uhrzeigersinn mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotiert.



- (a) Ein beliebiger Vektor  $\mathbf{A}$  (z.B.  $\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{F}$ ) habe in  $K$  die Komponenten  $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$ . Welche Komponenten  $\mathbf{A}' = (A'_x, A'_y, A'_z)$  misst ein Beobachter im bewegten System  $K'$  zu einer festen Zeit  $t$ ? Skizzieren Sie  $K, K', \mathbf{A}, \mathbf{A}'$ .
- (b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung  $m \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}' = \mathbf{F}'_{\text{tot}}$  im rotierenden System  $K'$ , indem Sie die Komponenten von  $\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{r}'(t)$  explizit berechnen. Drücken Sie hierzu  $\dot{y} \equiv \frac{d}{dt} y(t)$  durch  $v'_y \equiv \frac{d}{dt} y'(t)$  und  $\dot{z} \equiv \frac{d}{dt} z(t)$  durch  $v'_z \equiv \frac{d}{dt} z'(t)$  aus und schreiben Sie die Bewegungsgleichung in Vektorform. Identifizieren Sie die Coriolis- und Zentrifugalkraft.
- (c) Zur Zeit  $t = 0$  befindet sich ein Teilchen der Masse  $m$  in Ruhe am Ursprung des Bezugssystems  $K$  und fällt dann unter Einfluss der Gravitationskraft  $-mge_z$ . Wie lautet die Bewegungsgleichung und deren Lösung? Geben Sie den Ortsvektor  $\mathbf{r}'(t)$  in  $K'$  an und skizzieren Sie die Bahn in  $K'$ .