

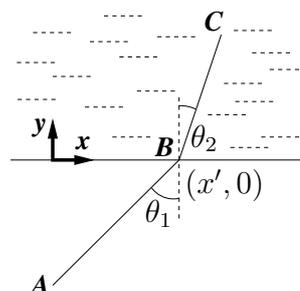
Übungsblatt Nr. 3 zur Theorie B

1 „Ride Across the River“¹

Während eines Spaziergangs entlang eines Flussufers erreichen Sie A, als Sie bemerken, dass ein Schwimmer bei C ertrinkt. Sie können mit Geschwindigkeit v_r rennen und mit v_s schwimmen. Bestimmen Sie die Beziehung zwischen den Winkeln θ_1 und θ_2 , bei der Sie den Schwimmer möglichst schnell erreichen.

Welches physikalische Gesetz erkennen Sie?

Hinweis: Drücken Sie die Laufzeit als Funktion von x' aus.



2 Flotte Bienen

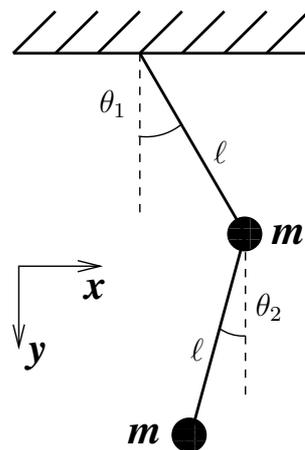
Eine Bienenkönigin schwingt am Ende eines Fadens der Länge ℓ . Ein Schwarm wird allmählich angezogen und die Bienen bleiben an der Königin fest hängen, so dass die Masse der Bienen exponentiell wächst, $m(t) = m_0 e^{2\gamma t}$.

Drücken Sie den Ortsvektor der Bienenkönigin in kartesischen Koordinaten als Funktion des Winkels ϕ zwischen dem Seil und der Vertikalen aus und benutzen Sie dies um die Lagrange-Funktion $\mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}, t)$ zu bestimmen. Leiten Sie daraus die Bewegungsgleichung her und geben Sie die allgemeine Lösung für kleine Winkel für den Fall $\gamma < \omega_0 \equiv \sqrt{g/\ell}$ an.

3 „He got the action, he got the motion“²

Betrachten Sie ein Doppelpendel, wobei zwei Punktmassen m durch starre, masselose Stangen der Länge ℓ gekoppelt sind und $\theta_1(t)$ und $\theta_2(t)$ als verallgemeinerte Koordinaten benutzt werden.

- Drücken Sie die kartesischen Koordinaten der beiden Massen als Funktion von θ_1 und θ_2 aus und berechnen Sie damit die Lagrange-Funktion $\mathcal{L}(\theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2, \dot{\theta}_2)$.
- Bestimmen Sie aus \mathcal{L} die zwei Bewegungsgleichungen für die verallgemeinerten Koordinaten θ_1 und θ_2 . Vereinfachen Sie sie für kleine Winkel (d.h. unter anderem dass quadratische und höhere Potenzen vernachlässigt werden können).
- Bestimmen Sie mit Hilfe eines komplexen Ansatzes (siehe Blatt 1, Aufgabe 2) die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren des Gleichungssystems. Interpretieren Sie das Ergebnis physikalisch und geben Sie die allgemeine Lösung der Bewegungsgleichungen an.



— Besprechung in den Übungsgruppen am nächsten Montag, den 17.5.04 —

¹Dire Straits (1985)

²Dire Straits, „Walk of Life“ (1985). *action* = Wirkung