Universität Karlsruhe
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Ralph v. Baltz, Dr. Philip Howell
Sprechstunde: Mo 13:00–14:00 Physikhochhaus 10.14

Sommersemester 2004
14.6.04
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre/
howell@tkm.uni-karlsruhe.de

Übungsblatt Nr. 8 zur Theorie B

1 Vollständiges Differential

(i) Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = x^2 y - y^2$. Wie lautet das vollständige Differential $\mathrm{d}f$ und wie lässt sich diese Größe veranschaulichen?

(ii) Gegeben sei die Differentialform $(1 - 2x - 2y)\mathrm{e}^{-2x}\mathrm{d}x + (2y + \mathrm{e}^{-2x})\mathrm{d}y$. Drücken Sie sie womöglich als vollständiges Differential $\mathrm{d}f$ aus und bestimmen Sie gegebenfalls $f(x, y)$.

(iii) Das gleiche wie (ii) für $(x + y)\mathrm{d}x + y^2\mathrm{d}y$

2 Hamilton-Funktion I

Bestimmen Sie ausgehend von der jeweiligen Lagrange-Funktion $\mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t)$ die kanonischen Impulse p_i und die Hamiltonfunktion $\mathcal{H}(q_i, p_i, t)$ für die folgenden Systeme. Geben Sie die Energie als Funktion der Koordinaten und kanonischen Impulse an und vergleichen Sie mit $\mathcal{H}$. Bestimmen Sie anhand der kanonischen Gleichungen, welche der p_i erhalten sind. Diskutieren Sie die Ergebnisse angesichts dessen, was Sie schon über die Systeme wissen.

(a) (i) Ebenes mathematisches Pendel (d.h. eine Puntemasse hängt am Ende eines masselosen Fadens) für die verallgemeinerte Koordinate ϕ.

(ii) Perle auf einer rotierenden Stange (Blatt 2, Aufgabe 3).

(b) Zwei-Körper-Problem mit Zentralfeldwechselwirkung für die sechs Komponenten der Schwerpunkts- und Relativkoordinaten (Blatt 4, Aufgabe 1).

3 Hamilton-Funktion II

Gegeben sei die Hamilton-Funktion eines zwei-dimensionalen Systems

$$\mathcal{H}(p_x, x, p_y, y) = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 + \frac{p_y^2}{2m} - \omega x p_y$$

in den kanonischen Impulsen und Koordinaten.

(a) Stellen Sie die kanonischen Bewegungsgleichungen auf und lösen Sie diese.
Hinweis: Vergewissen Sie sich, dass Ihre Lösungen tatsächlich alle Bewegungsgleichungen erfüllen.

(b) Wie lautet die zugehörige Lagrange-Funktion $\mathcal{L}(x, \dot{x}, y, \dot{y})$? Um welches physikalisches System handelt es sich?

— Besprechung in den Übungsgruppen am nächsten Montag, dem 21.6.04 —