

Übungsblatt Nr. 10 zur Theorie B

Die **Klausur** findet am Donnerstag, dem 15. Juli von 14:30–16:30 statt.

Gruppen 1–10 und Gruppenlose: Gerthsen-Hörsaal

Gruppen 11–15: HMO-Hörsaal

Gruppenlose müssen Sie sich vorher in Gruppe 999 in die Tutor-Software eintragen. Eine weitere Anmeldung für die Klausur ist nicht nötig. Bitte bringen Sie Ihren **Studentenausweis** und Schreibwerkzeug mit; Papier wird gestellt. Es sind **keinerlei Hilfsmittel** erlaubt.

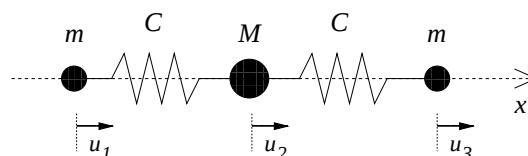
1 Teilchen im Coulombfeld und Magnetfeld

Betrachten Sie ein Teilchen der Ladung Q im Coulombfeld mit einem überlagerten homogenen Magnetfeld $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$. Benutzen Sie die symmetrische Eichung $\mathbf{A} = \frac{1}{2}\mathbf{B} \times \mathbf{r}$.

- Wie lautet die Hamilton-Funktion $\mathcal{H}(\mathbf{p}, \mathbf{r})$? Ordnen Sie $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_1 + \mathcal{H}_2$ nach Potenzen von $\mathbf{B}$ und formen Sie $\mathbf{p} \cdot (\mathbf{B} \times \mathbf{r})$ so um, dass $\mathcal{H}_1 = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}$. Welche physikalische Bedeutung hat $\mathbf{M}$?
- Untersuchen Sie $L_x(t)$, $L_y(t)$, $L_z(t)$ und $\mathbf{L}^2(t)$ auf Erhaltung.
Hinweis: Benutzen Sie die Ergebnisse aus Blatt 9, Aufgabe 2.
- Stellen Sie im Fall eines schwachen Magnetfelds (d.h. $\mathcal{H}_2$ vernachlässigbar gegen $\mathcal{H}_1$) ein geschlossenes System von Differentialgleichungen für $L_i(t)$ auf und bestimmen Sie dessen Lösung. Diskutieren Sie die Bewegung von $\mathbf{L}(t)$.

2 Molekülschwingungen

Ein Modell eines linearen, 3-atomigen Moleküls besteht aus drei Massen m, M, m , die sich auf der x -Achse frei bewegen können und über zwei identische Federn C gekoppelt sind.



- Benutzen Sie die Auslenkungen u_k der Massen $k = 1, 2, 3$ aus der Ruhelage als generalisierte Koordinaten, um die Lagrangefunktion aufzustellen, und bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen für die $u_k(t)$. Bringen Sie diese in die Form eines Eigenwertproblems $\mathbf{D}\mathbf{a} = \omega^2\mathbf{a}$ mit Hilfe des üblichen Exponentialansatzes

$$u_k(t) = \frac{1}{\sqrt{m_k}} a_k e^{i\omega t}, \quad m_1 = m_3 = m, \quad m_2 = M, \quad a_k \in \mathbb{C}.$$

- Bestimmen Sie die Eigenwerte ω^2 und die zugehörigen Eigenvektoren $\mathbf{a}_i$. Zeigen Sie explizit, dass die $\mathbf{a}_i$ zueinander orthogonal sind.
- Geben Sie die allgemeine reelle Lösung $\text{Re}[\mathbf{u}(t)]$ an. Besitzt diese die korrekte Anzahl reeller Integrationskonstanten? *Hinweis:* Vollständigkeit des Ansatzes für $\omega = 0$. Diskutieren Sie qualitativ die Eigenschwingungen des Moleküls, insbesondere das Verhalten des Schwerpunkts.