

Theoretische Physik B, SS 2005

Übungsblatt 2

Besprechung: 02/05/2005

Institut für Theoretische Festkörperphysik

Prof. Dr. Gerd Schön, Dr. Alexander Shnirman (11/03, Tel.: 608-6030)

<http://www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/~shnirman>

1. Doppel-Pendel (6 Punkte)

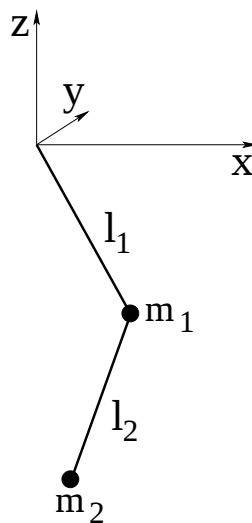


FIG. 1: Das Doppel-Pendel.

Betrachten Sie ein Doppel-Pendel (Fig. 1). Die Massen der Massenpunkte sind m_1 und m_2 , die Länge der Seile sind l_1 und l_2 . Beide Massenpunkte bewegen sich in 3 Dimensionen. Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen erster Art in kartesischen Koordinaten auf. (Die Lösung ist nicht verlangt.)

2. Massenpunkt auf einer Kugel (7 Punkte)

Ein Massenpunkt (Masse m) gleitet reibungslos auf einer Kugel (Radius R) (siehe Fig. 2). Wir benutzen ein Koordinatensystem mit Ursprung im Mittelpunkt der großen Kugel, und nehmen an, dass der Massenpunkt in der x - z Ebene hinabgleitet. Die Position des Massenpunkts werde durch den Vektor $\vec{r}(t)$ gegeben, $\theta(t)$ sei dessen Winkel zur $\vec{e}_z$ -Richtung. Die Anfangsgeschwindigkeit des Massenpunktes sei null, und der Anfangswinkel θ_0 sei klein, aber ungleich Null. Finden Sie mittels der Lagrange-Gleichungen erster Art den Winkel θ_c , bei dem der Massenpunkt die Kugel verlässt.

(2a) (2 Punkte)

Finden Sie die Zwangsbedingung, die gilt, solange der Massenpunkt auf der Kugel gleitet. Schreiben Sie Lagrange-Gleichungen erster Art. In welche Richtung wirkt die Zwangskraft.

(2b) (3 Punkte)

Schreiben Sie die Lagrange-Gleichungen in Kugel-Koordinaten (mit $\phi = 0$) um. Drücken Sie durch die Zwangsbedingung und durch Integrieren einer der Gleichungen den Winkel θ

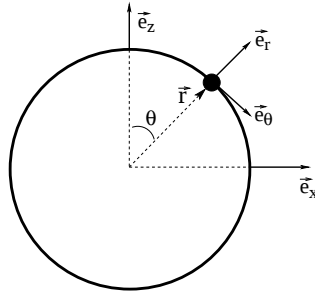


FIG. 2: Massenpunkt auf einer Kugel.

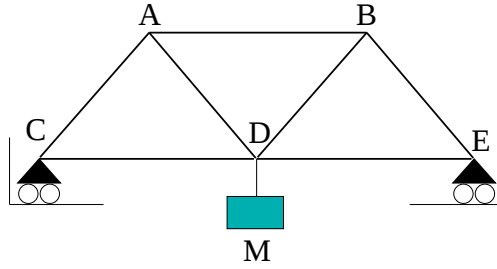


FIG. 3: Die Brücke.

als Funktion der Zwangskraft und des Anfangswinkels θ_0 aus.

(2c) (2 Punkte)

Formulieren Sie die Bedingung, bei der der Massenpunkt die Kugel verlässt. (Hinweis: wie groß ist die Zwangskraft im Moment des Verlassens.) Finden Sie θ_c .

3. Zwangskräfte in einer Brücke (7 Punkte)

Wir betrachten eine Brücke mit den Knotenpunkten A, B, C, D, E (siehe Fig. (3)). Die Zwangskräfte, vermittelt durch das Gestänge, sorgen dafür, dass sich die Abstände der Knotenpunkte A bis E nicht ändern. Die Streben des Gestänges sind masselos, und alle sieben Streben haben dieselbe Länge L . Finden Sie die Zwangskraft auf dem Knotenpunkt A vermittelt durch die Strebe AB, wenn eine Masse M mit dem Knotenpunkt D verbunden ist. Eine Möglichkeit, diese Kraft zu finden, ist, eine Verformung des Gestänges zu betrachten, die nur die Zwangsbedingung vermittelt durch die Strebe AB verletzt. Betrachten Sie eine solche infinitesimale Verformung und finden Sie die Zwangskraft, die diese Verformung verhindert. Benutzen Sie die Lagrange-Gleichungen erster Art.