

Theoretische Physik B, SS 2005

Übungsblatt 3

Besprechung: 09/05/2005

Institut für Theoretische Festkörperphysik

Prof. Dr. Gerd Schön, Dr. Alexander Shnirman (11/03, Tel.: 608-6030)

<http://www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/~shnirman>

1. Pendel mit bewegter Aufhängung (6 Punkte)

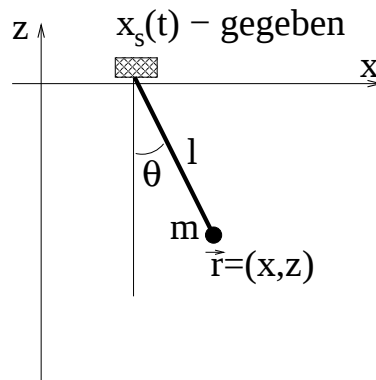


Abbildung 1: Das Pendel mit bewegter Aufhängung.

Wir betrachten ein Pendel mit einer bewegten Aufhängung (siehe Abb. 1). Die zeitabhängige Position der Aufhängung ist durch die Funktion $x_s(t)$ gegeben (erzwungen). Drücken Sie die kinetische und die potenzielle Energien durch den Winkel θ aus. Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion und leiten Sie die Bewegungsgleichung (Lagrange-Gleichung zweiter Art) her. (Die Lösung ist nicht verlangt.) Vergleichen Sie mit Übungsblatt 1, Aufgabe 1.

2. Das ebene Doppelpendel (8 Punkte)

Betrachten Sie ein ebenes Doppelpendel das aus zwei unterschiedlichen Massen m_1 , m_2 besteht. Die Massen sind miteinander und mit einem Aufhängepunkt durch zwei massenlose Stäbe der Länge l verbunden (siehe Abb. 2). Die Massen können sich nur in der x - z Ebene

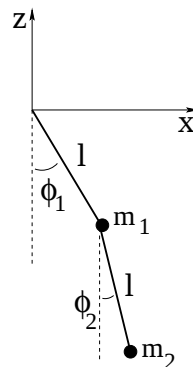


Abbildung 2: Das ebene Doppelpendel.

bewegen. Als unabhängige Koordinaten wählen wir die Winkel ϕ_1 und ϕ_2 (siehe Abb. 2).

2a) (4 Punkte)

Drücken Sie die kinetische und die potenzielle Energien durch ϕ_1 und ϕ_2 aus. Geben Sie die Lagrange-Funktion $L(\phi_1, \phi_2, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2)$ an. Leiten Sie die Lagrange-Gleichungen zweiter Art für ϕ_1 und ϕ_2 her.

2b) (4 Punkte)

Für kleine Schwingungen $\phi_1 \ll 1$, $\phi_2 \ll 1$ vereinfachen Sie die Bewegungsgleichungen durch Linearisieren. Um die linearisierten Gleichungen zu lösen, benutzen Sie den Ansatz

$$\phi_1 = a_1 e^{i\omega t}, \quad \phi_2 = a_2 e^{i\omega t}, \quad (1)$$

wobei ω eine zu bestimmende Frequenz ist. Bestimmen Sie die erlaubten Frequenzen (Eigenfrequenzen). Geben Sie die Eigenfrequenzen für die Grenzfälle $m_1 \gg m_2$ und $m_1 \ll m_2$ an und diskutieren Sie beide Fälle physikalisch.

3. Die Bewegungsgleichung eines geladenen Teilchens (6 Punkte)

Die Lagrange-Funktion eines geladenen Teilchens (Ladung q) im elektrischen ($\vec{E}$) und magnetischen ($\vec{B}$) Feld ist

$$L(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) = \frac{m}{2} \dot{\vec{r}}^2 - q \phi(\vec{r}, t) + \frac{q}{c} \dot{\vec{r}} \vec{A}(\vec{r}, t)$$

Dabei ist ϕ das elektrische Potenzial und $\vec{A}$ das sogenannte Vektorpotenzial. Daraus ergeben sich $\vec{E}$ und $\vec{B}$ aus:

$$\vec{E} = -\nabla\phi - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung lautet

$$m\ddot{\vec{r}} = q \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \dot{\vec{r}} \times \vec{B} \right)$$

wobei der 2. Term auf der rechten Seite die Lorentzkraft ist.