

Theoretische Physik B, SS 2005

Übungsblatt 8

Besprechung: 27/06/2005

Institut für Theoretische Festkörperphysik

Prof. Dr. Gerd Schön, Dr. Alexander Shnirman (11/03, Tel.: 608-6030)

<http://www-tfp.physik.uni-karlsruhe.de/~shnirman>

1. Trägheitstensor einer Hantel (6 Punkte)

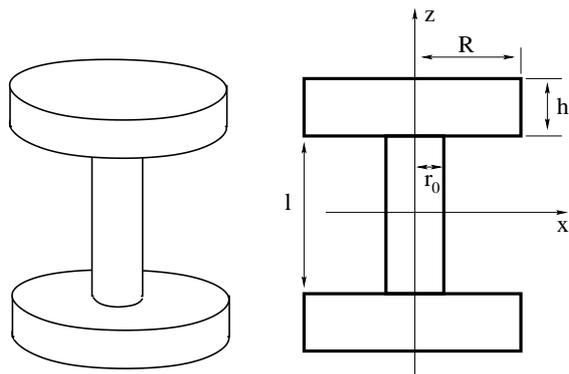


Abbildung 1: Die Hantel.

Betrachten Sie eine Hantel, bestehend aus zwei zylindrischen Scheiben (Masse M , Radius R , Höhe h), verbunden durch eine zylindrische Verbindungsstange (Masse m , Radius r_0 , Länge l). Siehe Abb. 1.

(1a) (3 Punkte) Berechnen Sie den Trägheitstensor $I_{ij}^{(m)}$ der Verbindungsstange, bezüglich eines Koordinatensystems dessen Ursprung im Schwerpunkt der Stange liegt, mit z -Achse entlang der zylindrischen Symmetrieachse (siehe Abb. 1).

(1b) (1 Punkt) Was ist der Trägheitstensor $I_{ij}^{(M)}$ einer der beiden Scheiben, bezüglich eines Koordinatensystems dessen Ursprung im Schwerpunkt der Scheibe liegt, mit z -Achse entlang der zylindrischen Symmetrieachse (siehe Abb. 1)?

(1c) (2 Punkte) Finden Sie mittels des Steiner'schen Satzes den Gesamtträgheitstensor der Hantel $I_{ij}^{(G)}$ [bezüglich des Koordinatensystems von **(1a)**].

2. Hauptachsen (7 Punkte)

Der Trägheitstensor eines Systems sei

$$I_{ij} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 5 & -1 & -\sqrt{2} \\ -1 & 5 & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 6 \end{pmatrix} \quad (1)$$

(2a) (3 Punkte) Finden Sie die Hauptträgheitsmomente I_1 , I_2 und I_3 .

(2b) (4 Punkte) Geben Sie explizit (in Matrixform) die Hauptachsentransformation D_{ij} an, die I_{ij} diagonalisiert, und kontrollieren Sie, dass $D^T I D = I'$ diagonal ist. (Hinweis: da zwei der Hauptträgheitsmomente in (2a) gleich sind, nennen wir sie I_1 und I_2 , muß beim Diagonalisieren besonders darauf geachtet werden, dass die Eigenvektoren *orthonormal* sind.)

3. Der rollende Zylinder (7 Punkte)

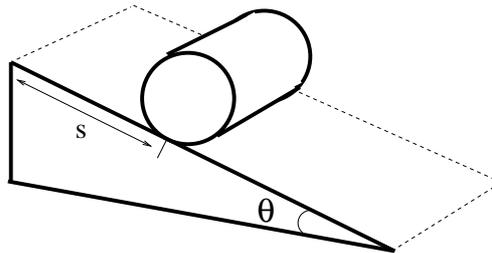


Abbildung 2: Der rollende Zylinder.

Ein Zylinder der Masse M , der Länge L und des Radius R rollt entlang einer schiefen Ebene (siehe Abb. 2). Die Neigung der Ebene ist durch den Winkel θ gegeben. Auf den Zylinder wirkt die Schwerkraft.

(3a) (4 Punkte) Wählen Sie die zurückgelegte Strecke s als verallgemeinerte Koordinate und geben Sie die Lagrange-Funktion an. (Hinweis: Die kinetische Energie besteht aus zwei Beiträgen: der Schwerpunktsenergie und der Rotationsenergie).

(3b) (3 Punkte) Geben Sie die Bewegungsgleichung (Lagrange-Gleichung 2. Art) an und analysieren Sie diese. Ist die Beschleunigung größer oder kleiner als im Fall eines Körpers, der gleitet.