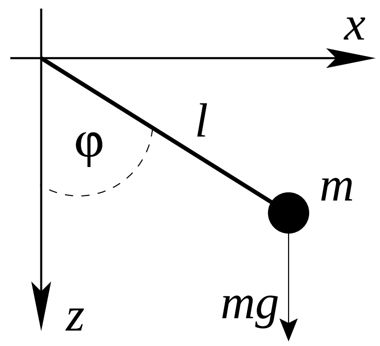
Universität Karlsruhe
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Peter Wölfle, Dr. Jan Brinckmann
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre
theorie-b@tkm.uni-karlsruhe.de , theorie-a@tkm.uni-...

SS 2006

08.05.06

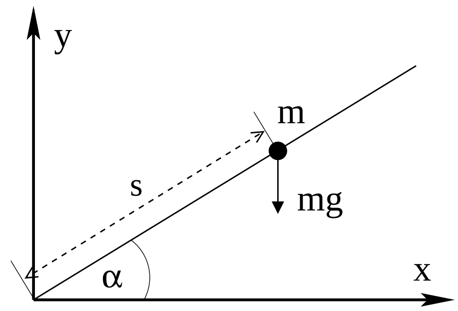
Übungsblatt Nr. 2 zur Vorlesung Theorie B



$\boxed{1}$ Ein mathematisches Pendel mit Masse m und Fadenlänge $l = const.$ schwingt in der x-z-Ebene. Die Gravitationskraft zeigt in Richtung der z-Achse.

a) Man wähle eine geeignete generalisierte Koordinate, bestimme die Lagrangefunktion und daraus die Lagrangesche Bewegungsgleichung.

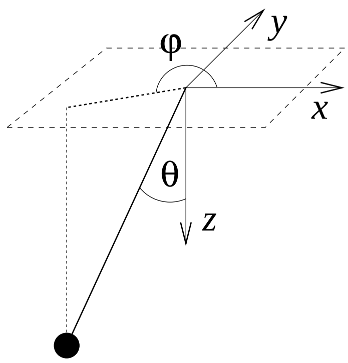
b) Bestimme die Bewegungsgleichung für kleine Auslenkungen auf zwei Wegen: (i) Durch Nähern der Bewegungsgleichung aus **a)** und (ii) durch Nähern der Lagrangefunktion und Bilden der Lagrangegleichung.



$\boxed{2}$ Eine Perle der Masse m gleitet im Schwerefeld der Erde reibungsfrei auf einer Stange, die um den Winkel $\alpha = const.$ nach oben geneigt ist.

a) Man wähle die Koordinate s (siehe Skizze) als generalisierte Koordinate, bestimme die Lagrangefunktion und die Lagrangegleichung, sowie deren allgemeine Lösung.

b) Der Neigungswinkel α nimmt nun linear mit der Zeit zu: $\alpha = \alpha(t) = \omega\, t$, $\omega = const.$ Wie lauten jetzt Lagrangefunktion und Lagrangegleichung (ohne Lösung)?



$\boxed{3}$ Eine Kugel der Masse m pendelt unterhalb der Zimmerdecke an einem masselosen Faden mit fester Länge l. Die Decke liegt in der x-y-Ebene, die z-Achse zeigt nach unten, der Aufhängepunkt des Fadens liegt im Ursprung.

a) Die generalisierten Koordinaten seien die Winkel θ und φ für die Auslenkung aus der Senkrechten und die Projektion in die x-y-Ebene (Kugelkoordinaten mit $r = l = const.$). Bestimme die Lagrangefunktion $\mathcal{L}(\theta, \dot{\theta}; \varphi, \dot{\varphi})$.

b) Bestimme die Lagrangegleichung für φ, und zeige, daß diese die Form $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} L_z = 0$ annimmt. Gebe L_z an. Was bedeutet diese Gleichung?

c) Bestimme die Lagrangegleichung für θ und eliminiere daraus $\dot{\varphi}$. Nähere die Bewegungsgleichung für kleine θ (ohne Lösung). Wie läßt sich diese Gleichung interpretieren?

— Besprechung in den Übungsgruppen am Montag, den 15.05.06 —