Universität Karlsruhe — SS 2006
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Peter Wölfle, Dr. Jan Brinckmann — **12.05.06**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre — theorie-b@tkm.uni-karlsruhe.de , theorie-a@tkm.uni-...

Übungsblatt Nr. 3 zur Vorlesung Theorie B

1 **a)** Man berechne die partiellen Ableitungen $\dfrac{\partial W(q,\dot{q},t)}{\partial q}$, $\dfrac{\partial W(q,\dot{q},t)}{\partial \dot{q}}$ und $\dfrac{\partial W(q,\dot{q},t)}{\partial t}$

für $W = a\,\dot{q}^2$, $W = a\,\dot{q}^2 - b\,q\,\dot{q}$, $W = -b\,f(q)\,e^{-\lambda t}$

a, b, λ sind Konstanten, f ist eine beliebige Funktion.

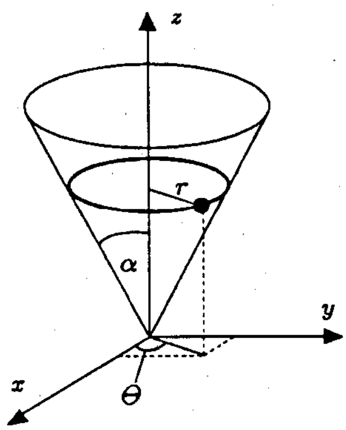
b) Man berechne die totale zeitliche Ableitung $\dot{u} = \dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$ für

$u(t) = F(x(t), y(t))$, $u(t) = G(q(t), \dot{q}(t), t)$, $u(t) = \dot{q}(t)^3 + b\,q(t)^2 \sin(\lambda\,t)$

F und G sind beliebige Funktionen, $b, \lambda = const.$

c) Es seien $x = x(t)$ und $h = h(x)$. Betrachte $\dot{h}$, und zeige, daß gilt: $\dfrac{\partial \dot{h}}{\partial \dot{x}} = \dfrac{\partial h}{\partial x}$

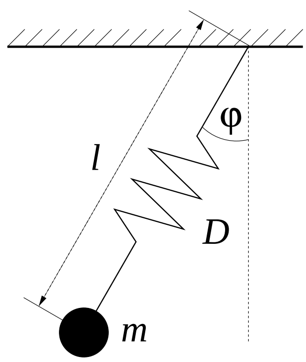
2 Ein Teilchen der Masse m rutscht im Schwerefeld der Erde (neg. z-Richtung) auf der klebrigen Innenfläche eines Kegels mit halbem Öffnungswinkel α . Die Reibung wird durch die Rayleighsche Dissipationsfunktion $F = \dfrac{1}{2}\gamma\,\dot{\mathbf{r}}^2$ beschrieben.



a) Bestimme die Lagrangefunktion und die (modifizierten) Lagrangegleichungen für die generalisierten Koordinaten r und θ .

b) Im Fall ohne Reibung, $\gamma = 0$, ist mit der Winkelbewegung $\theta(t)$ eine Erhaltungsgröße L verbunden. Man identifiziere L . Nun sei $\gamma > 0$: Bestimme eine Differentialgleichung für $L(t)$ und deren Lösung für $L(0) = L_0$.

3 Gegeben ist ein Fadenpendel im Schwerefeld der Erde. In den Faden ist eine Feder mit der Federkonstanten D eingebaut; zur Ruhelage der Feder korrespondiert eine Fadenlänge l_0 . Faden und Feder sind masselos.



a) Bestimme die Lagrangefunktion für die generalisierten Koordinaten φ und $u = l - l_0$ (die Auslenkung des Pendels sei zunächst beliebig).

b) Leite daraus die Lagrangegleichungen für $\varphi(t)$, $u(t)$ ab (ohne Lösung!), und gebe diese auch für kleine Auslenkung φ an.

c) Harmonische Näherung: Die Lagrangegleichungen können jetzt einfach lösbar gemacht werden, indem man sie linearisiert, d.h., alle Terme quadratischer und höherer Ordnung vernachlässigt. Bei der Bestimmung der Ordnung eines Terms müssen alle Potenzen von $u, \dot{u}, \ddot{u}, \varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$ und Produkten davon berücksichtigt werden. Was ergibt sich für die linearisierten Bewegungsgleichungen und deren allgemeine Lösung?

— Besprechung in den Übungsgruppen am Montag, den 22.05.06 —