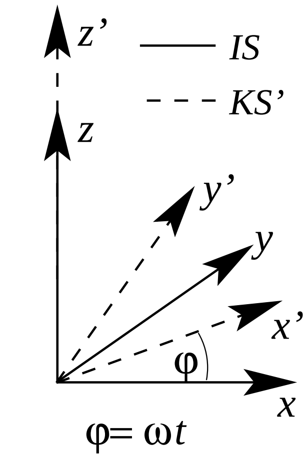
UNIVERSITÄT KARLSRUHE SS 2006
INSTITUT FÜR THEORIE DER KONDENSIERTEN MATERIE
Prof. Dr. Peter Wölfle, Dr. Jan Brinckmann **09.06.06**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre theorie-b@tkm.uni-karlsruhe.de , theorie-a@tkm.uni-...

Übungsblatt Nr. 6 zur Vorlesung Theorie B

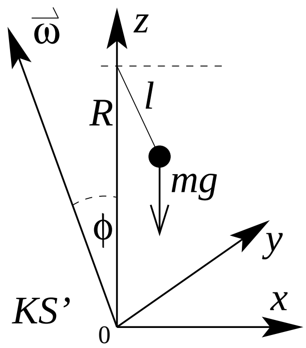
1 Gegeben ist ein kartesisches Koordinatensystem KS', das relativ zum Inertialsystem IS mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die gemeinsame z-Achse rotiert.



a) Ein beliebiger Vektor $\mathbf{A}$ habe in IS die Koordinaten $\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$. Man bestimme die Koordinaten $\mathbf{A}' = (A'_x, A'_y, A'_z)$, die ein Beobachter im Sysytem KS' mißt. Schreibe das Ergebnis in der Form $\mathbf{A}' = D\mathbf{A}$.

b) Ein Massepunkt m hat in IS die Bewegungsgleichung $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$. Bestimme, ausgehend vom Ergebnis aus **a)**, die Bewegungsgleichung in KS': $m\ddot{\mathbf{r}}' = \mathbf{F}' + \ldots$ Vergleiche mit dem Ergebnis der Vorlesung.

2 Auf der Erdoberfläche ist ein Fadenpendel (Masse m, Fadenlänge l) angebracht. Der Aufhängepunkt des Pendels ruht im Koordinatensystem KS', das mit der Erdoberfläche rotiert. Die Koordinaten der Masse in KS' seien $\mathbf{r} = (x, y, z)$. Die Drehachse $\boldsymbol{\omega}$ Nordpol–Südpol nimmt in KS' einen Winkel ϕ zur z-Achse ein. Die Schwerkraft zeigt in negative z-Richtung. Die Erde rotiert mit $\omega = |\boldsymbol{\omega}| = \frac{2\pi}{24\,\mathrm{h}}$.



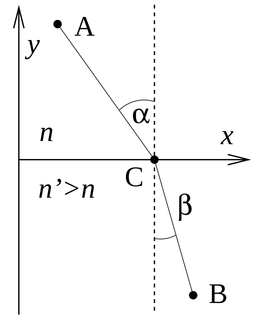
a) Zunächst sei $\omega = 0$. Man bestimme die Newtonschen Bewegungsgleichungen des Pendels in kartesischen Koordinaten, für kleine Auslenkung. (Ergebnis: $\ddot{x}+\omega_0^2 x = 0$, $\ddot{y}+\omega_0^2 y = 0$.)

b) Man reproduziere nun die bekannte Lösung der Gleichungen aus **a)**, indem man eine einzige Gleichung für die komplexe Variable $u = x + iy$ aufstellt und diese über den Ansatz $u(t) = e^{i\Omega t}$ löst. Wie lauten $x(t)$ und $y(t)$ für die Anfangsbedingungen $x(0) = \dot{x}(0) = 0$, $y(0) = y_0$, $\dot{y}(0) = 0$? Wie verhält sich die Schwingungsebene des Pendels?

c) Nun ist $\omega > 0$. Zeige, daß die Bewegungsgleichungen im rotierenden System KS' die Form $\ddot{x}+\omega_0^2 x-2\omega_z\dot{y} = 0$, $\ddot{y}+\omega_0^2 y+2\omega_z\dot{x} = 0$ annehmen, wenn man die Zentrifugalkraft vernachlässigt: $\mathbf{F}_Z = 0$. (Dies gilt für $\omega \ll \omega_0$.)

d) Man bestimme die spezielle Lösung der Gleichungen aus **c)** über die Methode aus **b)** für die Anfangsbedingungen aus **b)**, wobei für $\omega \ll \omega_0$ genähert werden darf: $\sqrt{\omega_0^2 + \omega_z^2} \approx \omega_0$. Wie verhält sich jetzt die Schwingungsebene des Pendels?

3 Ein Lichtstrahl wird an der Grenzfläche $y = 0$ zweier Medien mit Brechungsindices n bzw. $n' > n$ gebrochen. Man leite das Brechungsgesetz $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} = \frac{n'}{n}$ her, indem man den Weg des Lichts $A \to C \to B$ bei festgehaltenen Endpunkten A, B variiert. Die Laufzeit T_{AB} der Wellenfront soll minimal werden. Die Geschwindigkeit der Lichtwelle im Medium ist $c = c_0/n$, c_0=Vakuumlichtgeschwindigkeit.



— Besprechung in den Übungsgruppen am Montag, den 19.06.06 —