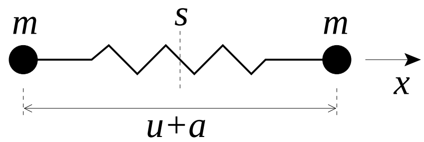
Universität Karlsruhe SS 2006
Institut für Theorie der Kondensierten Materie
Prof. Dr. Peter Wölfle, Dr. Jan Brinckmann **07.07.06**
http://www.tkm.uni-karlsruhe.de/lehre theorie-b@tkm.uni-karlsruhe.de , theorie-a@tkm.uni-...

Übungsblatt Nr. 10 zur Vorlesung Theorie B

1 Man bestimme die konjugierten Impulse und die Hamiltonfunktion für die folgenden Beispiele. Überprüfe jeweils über die Hamiltongleichungen, welche der konjugierten Impulse Erhaltungsgrößen sind.

a) Blatt 4, Aufg. 1 a) **b)** Blatt 2, Aufg. 3 a) **c)** Blatt 4, Aufg. 3 a)



2 Zwei identische Massen m können auf der x-Achse reibungsfrei gleiten und sind über eine Hooksche Feder (Konstante K, Ruhelänge a) verbunden.

a) Benutze die Lage s des Schwerpunktes und den Abstand u bezogen auf die Ruhelänge als generalisierte Koordinaten, und bestimme die Lagrange- und die Hamitonfunktion.

b) Stelle die Hamiltongleichungen auf, und bestimme deren allgemeine Lösung für die Koordinaten s, u und kanonischen Impulse p_s, p_u.

Faßt man u, p_u als orthogonale Koordinatenachsen auf (Phasenraum), so beschreibt der Vektor $(u, p_u)(t)$ darin eine Bahn. Wie sieht diese aus?

3 Gegeben sind beliebige Funktionen $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, $g(\mathbf{r}, \mathbf{p})$, $h(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ der generalisierten Koordinaten $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ und konjugierten Impulse $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3)$. Die Poissonklammer ist definiert als

$$\{ f , g \} = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial p_i} \frac{\partial g}{\partial x_i} - \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial p_i} \right) .$$

Man beweise die folgenden algebraischen Relationen:

$$\{f, g\} = -\{g, f\} \ , \quad \{f, gh\} = \{f, g\}h + g\{f, h\} \ , \quad \{fg, h\} = \{f, h\}g + f\{g, h\} .$$

4 Ein Teilchen der Masse m in einem Potential $U(\mathbf{r})$ wird durch die Hamiltonfunktion

$\mathcal{H}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \dfrac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r})$ beschrieben.

a) Man berechne die folgenden Poissonklammern mit den Komponenten (L_1, L_2, L_3) des Drehimpulses $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$: $\{L_i, x_k\}$, $\{L_i, p_k\}$, $\{L_i, L_k\}$, $i, k = 1, 2, 3$

b) Das Potential sei nun ein Zentralpotential, $U(\mathbf{r}) = U(|\mathbf{r}|)$. Zeige, daß dafür gilt:

$\{\mathcal{H}, L_i\} = 0$, $\{\mathcal{H}, |\mathbf{L}|^2\} = 0$, $\{|\mathbf{L}|^2, L_i\} = 0$, $i = 1, 2, 3$

Benutze dazu die algebraischen Relationen aus Aufg. 2.
Was ist die physikalische Bedeutung dieser Gleichungen?

— Besprechung in den Übungsgruppen am Montag, den 17.07.06 —

***** Klausur: Mittwoch, 19.7.06, 18:00 – 20:00 Uhr *****

Die Klausur wird in zwei Räumen parallel geschrieben. Die Verteilung der Teilnehmer auf die Räume richtet sich nach dem **Anfangsbuchstaben des Nachnamens:**

A – J: **Hörsaal am Fasanengarten (Geb. 50.35)**
K – Z: **Gerthsen-Hörsaal (Geb. 30.21)**

Erlaubte Hilfsmittel: ***keine*** außer Schreibgerät. Papier wird gestellt.
Rückgabe der Klausuren und Scheine: Am 24.7.06 in den Übungsgruppen.
Bewertung von Übungen, Klausur; Scheinerwerb: Siehe Infoblätter im WWW.