Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

Abgabe: Montag, 23.05.2011, 11 Uhr
Besprechung: Dienstag, 24.05.2011

## *Aufgabe 12: Eichinvarianz der Lagrangefunktion* — 2 Punkte

Zeigen Sie, dass sich die Bewegungsgleichungen bei einer Änderung der Lagrangefunktion,

$$L \to L' = L + \frac{d}{dt} f(x(t), \dot{x}(t), t)\,,$$

nicht ändern.

## *Aufgabe 13: Homogene Funktionen* — 3 Punkte

Betrachten Sie ein $N$-Teilchensystem mit $k$ zeitunabhängigen Zwangsbedingungen. Die Koordinaten $\vec{r}_i$ lassen sich dann durch $3N-k$ generalisierte Koordinaten $q_i$ ausdrücken:

$$\vec{r}_i = \vec{r}_i(q_1, \ldots, q_{3N-k}), \quad i = 1, \ldots, N.$$

*a)* Zeigen Sie, dass sich die kinetische Energie schreiben lässt als

$$T = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i \dot{\vec{r}}_i^{\,2}}{2} = \sum_{i,j=1}^{3N-k} a_{ij}\,\dot{q}_i \dot{q}_j\,,$$

wobei die $a_{ij}$ nicht von den Geschwindigkeiten $\dot{q}_i$ abhängen.

*b)* Sei $F(x_1, \ldots, x_m)$ eine homogene Funktion from Grad $n$, d.h. eine Funktion, für die

$$F(\lambda x_1, \ldots, \lambda x_m) = \lambda^n F(x_1, \ldots, x_m)$$

gilt. Zeigen Sie, dass

$$\sum_{i=1}^{m} x_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = nF$$

gilt.

*c)* Zeigen Sie, dass dann für die kinetische Energie $T$

$$\sum_{i=1}^{3N-k} \dot{q}_i \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} = 2T$$

gilt.

## *Aufgabe 14: Mechanische Ähnlichkeit* — 2 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe der mechanischen Ähnlichkeit, dass

*a)* in einem homogenen Kraftfeld sich die Quadrate der Fallzeiten wie die Fallhöhen verhalten.

*b)* in einem Newton'schen Potential sich die Quadrate der Umlaufzeiten wie die Kuben der Abstände verhalten.

(bitte wenden)

*Aufgabe 15: Erhaltungsgrößen* 3 Punkte

Betrachten Sie ein abgeschlossenes $N$-Teilchensystem mit Lagrangefunktion

$$L = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{2} \dot{\vec{r}}_i^2 - \sum_{i<j} V_{ij}(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|) \,.$$

Zeigen Sie, dass Invarianz der Lagrangefunktion unter

*a)* zeitlicher Translation zur Energieerhaltung führt.

*b)* Drehungen zur Drehimpulserhaltung führt.

*c)* räumlichen Translationen zur Impulserhaltung führt.