Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

Abgabe: Freitag, 10.06.2011, 11:30 Uhr
Besprechung: Dienstag, 14.06.2011

Wichtig: Die Probeklausur findet am 07.06.2011 von 17:30 – 20:00 im Gerthsen Hörsaal (Nachnamen A-K) und im Audimax (Nachnamen L-Z) statt. Zugelassenes Hilfsmittel ist ein doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt.
Das Beratungstutorium findet am 01.06.11 um 15:45 um Lehmann Hörsaal statt.

Aufgabe 19: unendliche Federkette — 5 Punkte

Betrachten Sie wie in Aufgabe 17 eine Federkette, jetzt aber bestehend aus $N+1$ Federn (Federkonstante D) und N Massen (Masse m). Der Abstand zwischen den Massen und von der Wand betrage jeweils l_0.

a) Betrachten Sie nur transversale Auslenkungen in der Ebene. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf. Hinweis: Die Bewegungsgleichungen lassen sich in kompakter Form schreiben, wenn man eine 0. und $(N+1)$-te Masse mit Koordinaten $q_0(t) = q_{N+1}(t) = 0$ einführt.

b) Um die Bewegungsgleichungen zu lösen machen Sie den Ansatz

$$q_j(t) = Ca_j \cos(\omega t + \delta) = C \sin(\alpha j) \cos(\omega t + \delta)\,,\; j = 1, \dots, N\,.$$

(i) Bestimmen Sie α.

(ii) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen ω_r.

(iii) Geben Sie die allgemeinste Lösung an. Sind die Schwingungen periodisch?

(iv) Drücken Sie allgemein die Integrationskonstanten durch die Anfangsbedingungen $q_j(0), \dot{q}_j(0)$ aus.

c) Führen Sie den Kontinuumslimes durch, d.h. betrachten Sie den Limes $N \to \infty$, wobei zu berücksichtigen ist, dass zusätzlich

$n \to \infty$	$l_0 \to 0$	so dass	$(N+1)l_0 = l =$ konst
$m \to 0$	$l_0 \to 0$	so dass	$m/l_0 = \rho =$ konst
$D \to \infty$	$l_0 \to 0$	so dass	$Dl_0 =$ konst

erfüllt ist. Ersetzen Sie $q_j(t) \to \Psi(x,t)$, $x = jl_0$ und bestimmen Sie die Differentialgleichung für $\Psi(x,t)$.

Aufgabe 20: Wellengleichung — 2 Punkte

Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\Psi(x,t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x,t) = 0\,.$$

Eine Klasse von Lösungen dieser Differentialgleichung, die Bernoullischen Lösungen, hat die Form

$$\Psi(x,t) = \chi(x)\phi(t)\,.$$

a) Machen Sie obigen Ansatz für $\Psi(x,t)$ und bestimmen Sie die Lösungen für $\chi(x)$ und $\phi(t)$.

b) Betrachten Sie nun ein Randwertproblem mit den Bedingungen $\Psi(0,t) = \Psi(L,t) = 0$. Geben Sie die allgemeinste Lösung dieses Problems an.

(bitte wenden)

Aufgabe 21: angeregte/gedämpfte Schwingung 3 Punkte

Betrachten Sie einen angeregten harmonischen Oszillator mit Dämpfung. Die zugehörige Bewegungsgleichung hat die Standardform

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos\Omega t\,.$$

a) Bestimmen Sie zunächst die allgemeine Lösung für den Fall $f_0 = 0$. Betrachten Sie die Fälle $\gamma^2 < \omega_0^2$, $\gamma^2 > \omega_0^2$, $\gamma^2 = \omega_0^2$.

b) Finden Sie nun eine spezielle Lösung des vollen Problems, machen Sie hierzu den Ansatz

$$x(t) = Ae^{i(\Omega t - \varphi)}$$

und bestimmen Sie A und φ. Wie lautet die allgemeine Lösung des vollen Problems?