ÜBUNGEN ZUR KLASSISCHEN THEORETISCHEN PHYSIK II — BLATT 10

Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

Abgabe: Montag, 04.07.2011, 11:00 Uhr
Besprechung: Dienstag, 05.07.2011

Aufgabe 28: Subharmonische Schwingungen — 2 Punkte

Betrachten Sie die Differentialgleichung

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x - \epsilon x^3 = f_0 \cos \Omega t\,.$$

Untersuchen Sie, unter welchen Bedingungen das System mit der Frequenz $\Omega/3$ schwingen kann.

Aufgabe 29: Intermodulation — 3 Punkte

Nicht-lineare Schwinger unterliegen nicht dem Superpositionsprinzip. Untersuchen Sie die Differentialgleichung

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x - \epsilon x^2 = f_1 \cos \Omega_1 t + f_2 \cos \Omega_2 t$$

in erster Ordnung in Störungstheorie.

Aufgabe 30: Satz von Liouville — 5 Punkte

Untersuchen Sie die eindimensionale Bewegung eines Teilchens unter dem Einfluss der Gewichtskraft mg.

a) Skizzieren Sie für drei verschiedene Energien die Bahnen im Phasenraum.

b) Berechnen Sie das durch $p_1 < p < p_2$ und $E_1 < E < E_2$ definierte Phasenraumvolumen Φ. Dabei ist p der zur Koordinate z gehörige verallgemeinerte Impluls und E die Energie.
<u>Hinweis</u>:

$$\Phi = \iint \mathrm{d}p\, \mathrm{d}z \Theta(p - p_1)\Theta(p_2 - p)\Theta(E - E_1)\Theta(E_2 - E)$$

c) Jeder Punkt des Phasenraums in dem unter b) definierten Gebiet entspricht einer speziellen Anfangsbedingung. Die Lösungen der Hamiltonschen Gleichungen beschreiben die zeitliche Entwicklung einer gegebenen Anfangsbedingung im Phasenraum. Mit anderen Worten: zu einem späteren Zeitpunkt hat sich das unter b) definierte Gebiet im Phasenraum fortbewegt. Berechnen Sie das Phasenraumvolumen zu einem späteren Zeitunkt. Skizzieren Sie das Ergebnis.