Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)
Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

Abgabe: Montag, 06.05.2013, 11:30 Uhr
Besprechung: Dienstag, 07.05.2013

Aufgabe 1: Seifenhaut — 10 Punkte

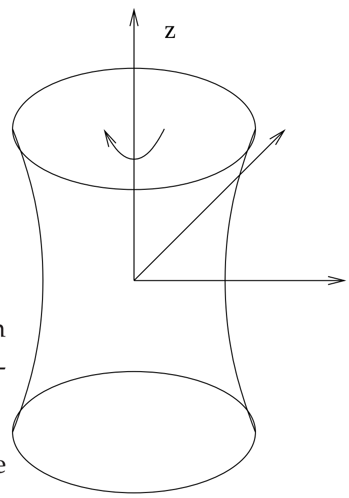
a) Zeigen Sie, dass falls $F(y(x), y'(x), x) \equiv F(y(x), y'(x))$, d.h. F nicht explizit von x anhängt, gilt:

$$\frac{d}{dx} H(y, y') = 0,$$

wobei

$$H(y, y') = F(y, y') - y'(x) \frac{\partial}{\partial y'} F(y, y')$$

ist und F die Euler'schen Gleichungen erfüllt.



b) Leiten Sie eine Formel für die Fläche her, die durch Rotation der Kurve $(r(z), 0, z)$ mit $r(-D/2) = r(D/2) = R$ um die z-Achse entsteht.

c) Berechnen Sie unter Ausnutzung von a) die Form der Kurve $r(z)$, die die Oberfläche minimiert.

Aufgabe 2: Variation mit Nebenbedingung — 10 Punkte

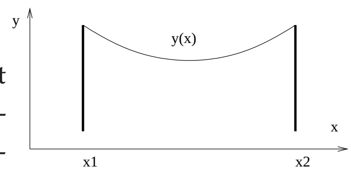
a) Eine Leitung mit konstanter Dichte sei zwischen zwei Masten aufgehängt. Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt durch das Integral

$$S = \int_{x_1}^{x_2} y(x) \sqrt{1 + (y'(x))^2} \mathrm{d}x \tag{1}$$

und die Länge der Leitung durch

$$L = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + (y'(x))^2} \mathrm{d}x \tag{2}$$

gegeben ist.



b) Es soll nun die Form $y(x)$ einer Leitung mit Länge l bestimmt werden. Die Leitung wird die Form annehmen, die energetisch am günstigsten ist, bei der also der Schwerpunkt am tiefsten liegt. Es muss also S minimiert werden unter der Nebenbedungung, dass $L = l$ erfüllt ist. Die Nebenbedingung lässt sich durch Verwendung eines *Lagrange-Multiplikators* λ berücksichtigen und man muss schliesslich das Funktional

$$F[y] = \int_{x_1}^{x_2} \left[y(x) \sqrt{1 + (y'(x))^2} + \lambda \sqrt{1 + (y'(x))^2} \right] \mathrm{d}x \tag{3}$$

minimieren. Berechnen Sie $y(x)$ mit der Methodik aus Aufgabe 1.