

Aufgabe 1: Doppelpendel

10 Punkte

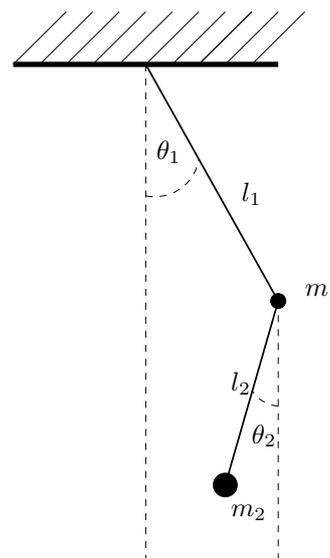
Betrachten Sie das ebene Doppelpendel mit den verallgemeinerten Koordinaten θ_1 und θ_2 mit Massen und Längen wie in nebestehender Abbildung. Die Massen befinden sich im homogenen Gravitationsfeld.

- Drücken Sie die Position der Massen m_1 und m_2 durch die verallgemeinerten Koordinaten aus.
- Bestimmen Sie potentielle und kinetische Energie, U und T , des Systems und stellen Sie die Lagrangefunktion

$$L = T - U$$

auf.

- Leiten Sie für $l_1 = l_2 = l$ und $m_1 = m_2 = m$ die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen aus der Ruhelage ($\theta_1, \theta_2 \ll 1$) her.
- Lösen Sie die Bewegungsgleichungen. Machen Sie hierzu den Ansatz $\theta_i = a_i \cos \omega t$ und lösen Sie das resultierende Gleichungssystem. Hinweis: Bestimmen Sie zunächst ω so, daß das Gleichungssystem lösbar ist.

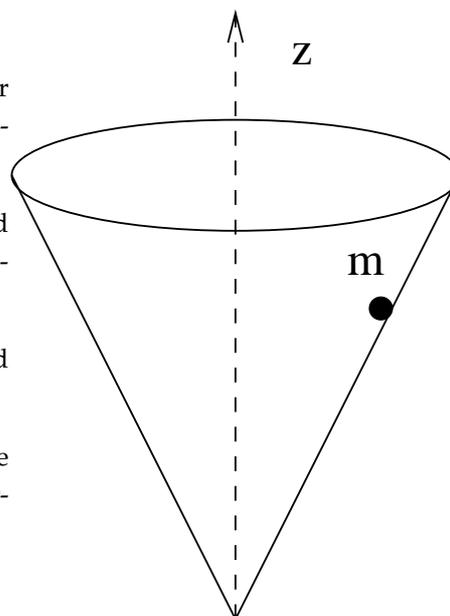


Aufgabe 2: Hohlkegel

6 Punkte

Betrachten Sie eine Punktmasse mit Masse m , die sich auf der Innenseite eines Hohlkegels mit Öffnungswinkel α reibungsfrei im Schwerfeld bewegen kann.

- Finden Sie geeignete generalisierte Koordinaten und drücken Sie die Lage des Massenpunktes durch diese Koordinaten aus.
- Berechnen Sie potentielle und kinetische Energie, U und T , und stellen sie die Lagrangefunktion L auf.
- Leiten Sie die Bewegungsgleichungen her. Gibt es eine zyklische Variable und was ist die damit verbundene Erhaltungsgröße?



Aufgabe 3: Perle auf Draht

4 Punkte

Betrachten Sie eine sich auf einem mit Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Draht reibungslos bewegende Perle mit Masse m .

- Führen Sie geeignete generalisierte Koordinaten ein und stellen Sie die Lagrangefunktion auf.
- Leiten Sie die Bewegungsgleichungen her und lösen Sie sie.

