

Aufgabe 1: unendliche Federkette

12 Punkte

Betrachten Sie wie in Blatt 7, Aufgabe 2 eine Federkette, jetzt aber bestehend aus $N + 1$ Federn (Federkonstante D) und N Massen (Masse m). Der Abstand zwischen den Massen und von der Wand betrage jeweils l_0 .

- a) Betrachten Sie nur transversale Auslenkungen in der Ebene. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf. Hinweis: Die Bewegungsgleichungen lassen sich in kompakter Form schreiben, wenn man eine 0. und $(N + 1)$ -te Masse mit Koordinaten $q_0(t) = q_{N+1}(t) = 0$ einführt.
- b) Um die Bewegungsgleichungen zu lösen machen Sie den Ansatz

$$q_j(t) = C a_j \cos(\omega t + \delta) = C \sin(\alpha j) \cos(\omega t + \delta), \quad j = 1, \dots, N.$$

- (i) Bestimmen Sie α .
 - (ii) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen ω_r .
 - (iii) Geben Sie die allgemeinste Lösung an. Sind die Schwingungen periodisch?
 - (iv) Drücken Sie allgemein die Integrationskonstanten durch die Anfangsbedingungen $q_j(0), \dot{q}_j(0)$ aus.
- c) Führen Sie den Kontinuumsliches durch, d.h. betrachten Sie den Limes $N \rightarrow \infty$, wobei zu berücksichtigen ist, dass zusätzlich

$n \rightarrow \infty$	$l_0 \rightarrow 0$	so dass	$(N + 1)l_0 = l = \text{konst}$
$m \rightarrow 0$	$l_0 \rightarrow 0$	so dass	$m/l_0 = \rho = \text{konst}$
$D \rightarrow \infty$	$l_0 \rightarrow 0$	so dass	$Dl_0 = \text{konst}$

erfüllt ist. Ersetzen Sie $q_j(t) \rightarrow \Psi(x, t)$, $x = jl_0$ und bestimmen Sie die Differentialgleichung für $\Psi(x, t)$.

Aufgabe 2: angeregte/gedämpfte Schwingung

8 Punkte

Betrachten Sie einen angeregten harmonischen Oszillator mit Dämpfung. Die zugehörige Bewegungsgleichung hat die Standardform

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \Omega t.$$

- a) Bestimmen Sie zunächst die allgemeine Lösung für den Fall $f_0 = 0$. Betrachten Sie die Fälle $\gamma^2 < \omega_0^2$, $\gamma^2 > \omega_0^2$, $\gamma^2 = \omega_0^2$.
- b) Finden Sie nun eine spezielle Lösung des vollen Problems, machen Sie hierzu den Ansatz

$$x(t) = Ae^{i(\Omega t - \varphi)}$$

und bestimmen Sie A und φ . Wie lautet die allgemeine Lösung des vollen Problems?

