KIT **SS 2014**

Klassische Theoretische Physik II

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 4

Abgabe: Fr, 09.05.14
Besprechung: Di, 13.05.14

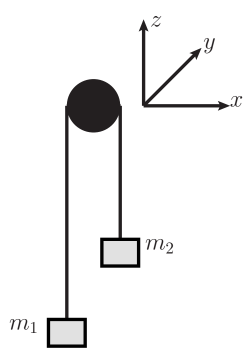
Aufgabe 8: Perle am Draht – Teil 2 (*2+1=3 Punkte*)

Wir betrachten noch einmal die Perle aus Aufgabe 7.

(a) Schreiben Sie die Lagrange-Funktion als Funktion einer geeignet gewählten verallgemeinerten Koordinate.

(b) Wie sieht die zugehörige Euler-Lagrange-Gleichung (Lagrange-Gleichung 2. Art) aus? Ist Ihnen diese Gleichung schon einmal begegnet?

Aufgabe 9: Atwood'sche Fallmaschine (*1+2=3 Punkte*)



Atwood'sche Fallmaschine

Im dreidimensionalen Raum im Schwerefeld (g) ist am Ursprung eine frei drehbare Rolle befestigt. Über diese läuft eine Schnur, die zwei Massen m_1 und m_2 verbindet, die sich in z-Richtung frei bewegen können.

(a) Welche Zwangsbedingungen gibt es? Finden Sie passende generalisierte Koordinaten für die verbleibenden Freiheitsgrade.

(b) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf und leiten Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen her.

Aufgabe 10: Das mathematische Pendel (*1+2+2=5 Punkte*)

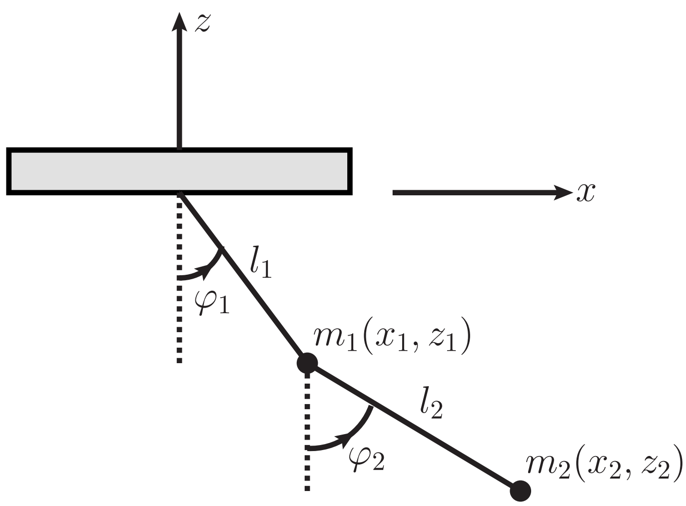
Ein Massenpunkt m ist an einem masselosen Stab der Länge l befestigt und schwingt in einer Ebene um seine Ruhelage im homogenen Schwerefeld der Erde. Es wirken keine weiteren Kräfte.

(a) Formulieren Sie die Lagrangefunktion des Pendels. Welches ist die geeignete verallgemeinerte Koordinate?

(b) Stellen Sie die Euler-Lagrange-Gleichung auf.

(c) Wie lautet die Lösung für kleine Pendelausschläge bei beliebiger Anfangsbedingung $\varphi(t_0) = \varphi_0, \dot{\varphi}(t_0) = \dot{\varphi}_0$?

Aufgabe 11: Ebenes mathematisches Doppelpendel – Teil 1 (*2+2+2+3=9 Punkte*)



Betrachten Sie in einer Ebene das skizzierte Doppelpendel (masselos gedachte Fäden der Länge l_1 und l_2, Massenpunkte m_1 und m_2) im homogenen Schwerefeld (g) der Erde.

(a) Welches sind die Zwangsbedingungen A_μ, $\mu = 1, 2, \ldots, N_Z$? Wie groß ist also f, die Zahl der Freiheitsgrade? Von welchem Typ sind die Zwangsbedingungen?

(b) Bestimmen Sie die Kräfte $\vec{F}_i$ und die Zwangskräfte $\vec{Z}_i$ für $i = 1, 2$.

(c) Wie sehen die Lagrange-Gleichungen 1. Art aus?
(Diese Gleichungen sollen hier nicht gelöst werden.)

(d) Wieso sollte hier die Energie E erhalten sein? Schreiben Sie E für das Doppelpendel auf und testen Sie die Erhaltung, indem Sie $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ explizit berechnen. Verwenden Sie dabei die oben gefundenen Gleichungen aus Teil (c) und (a).