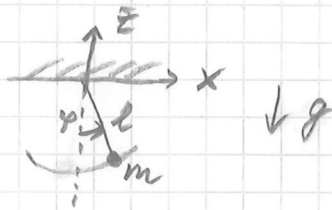


Quiz 1Punchingball

a) verallg. Koordinate: Winkel φ der Auslenkung

$$x = l \cdot \sin \varphi \quad \checkmark$$

$$y = 0$$

$$z = -l \cdot \cos \varphi \quad \checkmark$$

b) $T = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) \quad \checkmark$

$$= \frac{m}{2} [(l \cdot \cos \varphi \dot{\varphi})^2 + (l \cdot \sin \varphi \dot{\varphi})^2]$$

$$= \frac{m}{2} l^2 \dot{\varphi}^2 \quad \checkmark$$

$$U = m \cdot g \cdot z = -m \cdot g \cdot l \cdot \cos \varphi \quad \checkmark$$

$$= -m \cdot g \cdot l \cdot \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) \quad \checkmark \quad \text{Kleinwinkelnäherung}$$

$$\Rightarrow L = T - U$$

$$= \frac{m}{2} l^2 \dot{\varphi}^2 + m \cdot g \cdot l \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) \quad \checkmark$$

c) Lagrange-Fkt. 2. Art:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad \checkmark$$

hier: $q = \varphi$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \frac{m}{2} l^2 \cdot 2 \dot{\varphi} = m l^2 \dot{\varphi} \quad \checkmark$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = m l^2 \ddot{\varphi} \quad \checkmark$$

$$\frac{\partial L}{\partial \varphi} = -m \cdot g \cdot l \cdot \varphi \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow m l^2 \ddot{\varphi} + m g l \varphi = 0 \quad \checkmark$$

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \varphi = 0 \quad \checkmark$$

d) Ansatz: Schwingung

$$\varphi = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \checkmark$$

$$(\text{oder: } \varphi = A' \sin(\omega t) + B' \cos(\omega t)$$

$$\varphi = A'' e^{i\omega t} + B'' e^{-i\omega t} \quad \checkmark$$

$$\dot{\varphi} = A \omega \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\ddot{\varphi} = -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) \quad \checkmark$$

$$\text{in Lagrange-Gl.: } -A \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) + \frac{g}{l} A \sin(\omega t + \varphi_0) = 0 \quad \checkmark$$

$$-\omega^2 + \frac{g}{l} = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \varphi = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l}} t + \varphi_0\right) \quad \checkmark$$

2 Anfangsbed., z.B. $\varphi(t=0)$ und $\dot{\varphi}(t=0)$ $\checkmark$
bestimmen A und φ_0