

Klassische Theoretische Physik II

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 2

Abgabe: Fr, 24.04.15

Besprechung: Di, 28.04.15

Aufgabe 4: Perle am Draht

(3+3+3+4+2+2=17 Punkte)

Eine kleine durchbohrte Perle (Masse m) gleite im Schwerfeld (g) reibungsfrei längs eines geraden (masselos gedachten) Drahtes, dessen eines Ende im Koordinatennullpunkt fixiert sei, und der sich unter festem Winkel Θ zur z -Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ um diese Achse drehe.

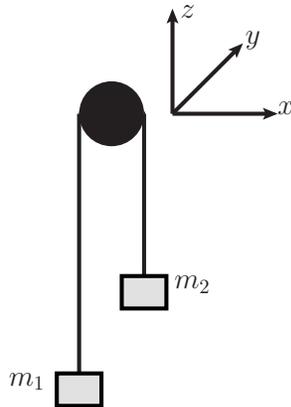
- (a) Schreiben Sie die Zwangsbedingungen Z_μ , $\mu = 1, 2, \dots$ (Wie viele gibt es?) zunächst in den kartesischen Koordinaten (x, y, z) der Perle auf.
Nicht-holonome Zwangsbedingungen können manchmal durch Integration auf holonome umgeschrieben werden. Dieser Fall tritt hier (eventuell) auf.
Von welchem Typ sind diese holonomen Zwangsbedingungen?
Welches ist die Zahl f der Freiheitsgrade?
- (b) Wählen Sie eine naheliegende Variable (neben den konstanten Größen Θ und ω) und schreiben Sie die Koordinaten x, y, z der Perle auf diese Größen um. Berechnen Sie die Zwangskraft (in kartesischen Koordinaten), ausgedrückt in diesen Größen.
- (c) Wie sehen die Lagrange-Gleichungen 1. Art in diesen Größen geschrieben aus?
Was passiert mit den Zwangsbedingungen?
Wieviele Gleichungen bleiben?
Wieviele Unbekannte gibt es?
- (d) Lösen Sie das Gleichungssystem für den Spezialfall $\Theta = \frac{\pi}{2}$. Bestimmen Sie die Lagrange-Multiplikatoren λ_i sowie die vorher gewählte Variable.
- (e) Schreiben Sie die Lagrange-Funktion als Funktion einer geeignet gewählten verallgemeinerten Koordinate.
- (f) Wie sieht die zugehörige Euler-Lagrange-Gleichung (Lagrange-Gleichung 2. Art) aus? Ist Ihnen diese Gleichung in dieser Aufgabe schon einmal begegnet?

Aufgabe 5: Atwood'sche Fallmaschine

(1+2=3 Punkte)

Im dreidimensionalen Raum im Schwerfeld (g) ist am Ursprung eine frei drehbare Rolle befestigt. Über diese läuft eine Schnur, die zwei Massen m_1 und m_2 verbindet, die sich in z -Richtung frei bewegen können.

- Welche Zwangsbedingungen gibt es? Finden Sie passende generalisierte Koordinaten für die verbleibenden Freiheitsgrade.
- Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf und leiten Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen her.



Atwood'sche Fallmaschine