

Klassische Theoretische Physik II

V: Prof. Dr. M. Mühlleitner, Ü: Dr. M. Rauch

Übungsblatt 12

Abgabe: Fr, 03.07.15

Besprechung: Di, 07.07.15

Aufgabe 29: Poisson-Klammern

(3+2+3=8 Punkte)

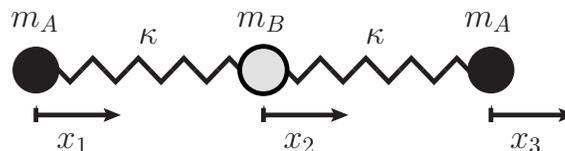
- (a) Zeigen Sie die Jacobi-Identität $\{F, \{J, K\}\} + \{J, \{K, F\}\} + \{K, \{F, J\}\} = 0$ durch explizite Berechnung.
Zeigen Sie außerdem die Produktregel $\{JK, F\} = \{J, F\}K + J\{K, F\}$.
- (b) Zeigen Sie, dass die aus zwei Erhaltungsgrößen f und g , $\frac{df}{dt} = \frac{dg}{dt} = 0$ gebildete Poissonklammer $\{f, g\}$ ebenfalls eine Konstante der Bewegung ist.
- (c) Berechnen Sie die folgenden Poisson-Klammern mit Drehimpuls \vec{L}

$$\{L_i, r_j\}, \quad \{L_i, p_j\}, \quad \{L_i, L_j\}, \quad \{\vec{L}^2, L_j\}.$$

Aufgabe 30: Dreiatomiges Molekül

(2+2+5+3=12 Punkte)

Ein Molekül lässt sich näherungsweise als lineares, symmetrisches System von drei Massenpunkten beschreiben. Die beiden äußeren besitzen Masse m_A , der mittlere m_B . Verbunden sind diese mit zwei identischen Federn mit Federkonstante κ und Abstand L in der Ruhelage. Die Auslenkungen aus der Ruhelage x_i sollen klein sein, außerdem sollen nur longitudinale Schwingungen, also entlang der Verbindungslinie der Massenpunkte, betrachtet werden (eindimensionales Problem). Es wirken keine weiteren Kräfte, insbesondere keine Gravitation.



- (a) Stellen Sie die Hamilton-Funktion der drei Massenpunkte auf.
- (b) Leiten Sie aus den Hamiltonschen Gleichungen Differentialgleichungen in den Auslenkungen x_i , die Bewegungsgleichungen, her.
Zur Kontrolle: Das Endergebnis muss identisch zum Resultat im Lagrange-Formalismus sein.
- (c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen in Matrixform auf.
Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungen des Systems, indem Sie sie lösen.
- (d) Leiten Sie aus den Resultaten eine kurze graphische Darstellung der drei Normal-schwingungen ab, zugeordnet zu ihrer jeweiligen Eigenfrequenz. Wie lautet folglich die allgemeine Lösung für die Auslenkungen x_i ?
[Skizzieren Sie Ihre Erwartungen und die dazu führenden Überlegungen, falls Sie die vorherige Teilaufgabe nicht lösen konnten.]