

Klassische Theoretische Physik II

Institut für Theoretische Physik

Vorlesung: Prof. Dr. Dieter Zeppenfeld; Übung: Dr. Maximilian Löschner

Übungsblatt 7

SoSe 2020

Abgabe: Freitag, 12. 6. 2020 bis 12:00

Die Abgabe der Blätter erfolgt durch Upload in Ihrem ILIAS-Tutorium *Übungen zur Klassischen Theoretischen Physik II*.

Aufgabe 1.

6 P.

Wir betrachten einen eindimensionalen harmonischen Oszillator. Dieser ist beschrieben durch die Lagrange-Funktion

$$L = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2.$$

Wir nehmen an, dass die Lösung zu diesem Problem noch nicht bekannt ist, dass jedoch die Bewegung periodisch sein muss. Deshalb nehmen wir als Ansatz für die Lösung die Fourier-Reihe der Form

$$x(t) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \cos(j\omega t).$$

Hierbei sei ω die (unbekannte) Winkelfrequenz der Bewegung.

- Bestimmen Sie explizit die Wirkung (Integral der Bewegung) $I[x(t)]$ für zwei Zeitpunkte t_1 und t_2 , die um $T = 2\pi/\omega$ auseinanderliegen. (3 P.)
- Zeigen Sie damit, dass $I[x(t)]$ nur dann extremal wird (für nicht-verschwindendes $x(t)$), wenn $a_j = 0$ für, $j \neq 1$ und wenn $\omega^2 = k/m$. (3 P.)

Bemerkung: Die spezielle Wahl von $a_{j=1}$ gilt o.B.d.A.

Aufgabe 2.

6 P.

Wir betrachten die Spiegelung eines Vektors \vec{r} an einer Ebene, die durch den Normaleneinheitsvektor \hat{n} beschrieben sei und den Koordinatenursprung enthalte.

- Finden Sie die vektorielle Gleichung, die eine solche Spiegelung beschreibt. (2 P.)
- Zeigen Sie dass die Projektionen $l_i = \hat{n} \cdot \hat{e}_i$ ($i = 1, 2, 3$) die Darstellung einer Transformationsmatrix A erlauben mit den Komponenten

$$A_{ij} = \delta_{ij} - 2l_i l_j.$$

(2 P.)

- Zeigen Sie, dass diese Matrix A uneigentlich orthogonal ist. (2 P.)

Aufgabe 3.

8 P.

In dieser Aufgabe betrachten wir ein Foucault'sches Pendel. Bei diesem Experiment wird an einem Ort auf der rotierenden Erde ein langes Pendel in Bewegung versetzt. Die Schwingung findet in der vertikalen Ebene statt, die den Aufhängepunkt und das Pendelgewicht schneidet. Zeigen Sie, dass sich die weitere Bewegung des Pendels durch eine konstante Rotation der Schwingungsebene um $2\pi \cos \theta$ pro Tag beschreiben lässt, wobei θ der Kolbreitengrad ist (also θ vom Nordpol aus gemessen).

