

Klassische Theoretische Physik II

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. A. Behring

Übungsblatt 13

Ausgabe: 16.07. – Abgabe: 23.07. @ 10:00 Uhr – Besprechung: —

Anmerkung: Dieses Übungsblatt ist ein „Bonusblatt“, das nicht zu der erreichbaren Maximalpunktzahl zählt, das aber trotzdem ermöglicht, weitere Punkte zu sammeln. Sie können die Lösungen wie gewohnt über ILIAS einreichen und Ihre Tutoren werden Ihre Abgaben korrigieren. Die Rückgabe erfolgt am Anfang der letzten Juli-Woche. Es wird keine Saalübung oder Tutorien zu diesem Blatt geben, aber wir werden eine Lösung dazu veröffentlichen. Wenn Sie Fragen haben, können Sie diese gerne im Forum stellen und wir werden versuchen, sie dort zu beantworten.

Aufgabe 1: Trägheitsmomente

4 Punkte

Berechnen Sie das Trägheitsmoment

- eines Fußballs (äußerer Radius $R_a = 15$ cm, Dicke des homogenen Materials $d \ll R_a$, Masse $M = 0.4$ kg) für eine Drehung um eine Achse durch den Mittelpunkt,
- eines Wassermoleküls (m und M seien die Massen des Wasserstoff- (H) und Sauerstoffatoms (O)) bezogen auf eine Achse, die durch den Schwerpunkt S des Moleküls geht und senkrecht auf der Molekülebene steht. Gegeben seien die Abstände $\overline{HH} = 2a$ und $\overline{OH} = b$.

Hinweise: Zu (a): Berechnen Sie zunächst das Trägheitsmoment I und das Volumen einer Hohlkugel mit Innen- und Außenradius $R_a - d$ und R_a und geben Sie dann eine Näherungsformel für I an.

Zu (b): Die Atome werden als punktförmig betrachtet. Die Molekülebene wird durch die Verbindungsvektoren zwischen den Aufenthaltsorten der Atome aufgespannt.

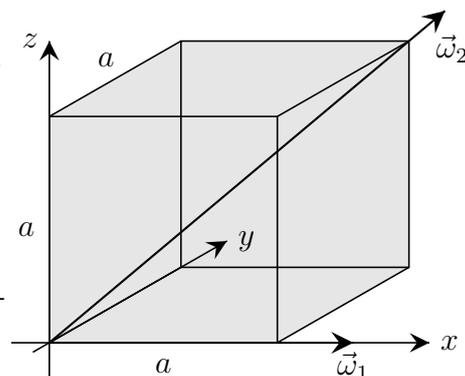
Aufgabe 2: Trägheitstensor und Hauptachsentransformation

8 Punkte

Gegeben sei ein Würfel mit Kantenlänge a und der Massendichte

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 \frac{r^2}{a^2},$$

wobei der Ursprung des Koordinatensystems mit der unteren linken Ecke des Würfels zusammenfällt (siehe Skizze).



- Berechnen Sie den Trägheitstensor des Würfels.

- (b) Der Würfel rotiere mit einer Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_1$ um die x -Achse (siehe Skizze). Bestimmen Sie den Drehimpuls des Würfels. Sind der Drehimpuls und die Rotationsachse parallel zueinander?
- (c) Bestimmen Sie die Hauptträgheitsmomente und -achsen des Würfels.
- (d) Der Würfel rotiere nun mit einer Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_2$ um seine Hauptdiagonale (siehe Skizze). Bestimmen Sie wieder den Drehimpuls des Würfels. Sind Drehimpuls und Rotationsachse parallel zueinander? Was ist der Unterschied zu b)?

Aufgabe 3: Rollender Kegel

8 Punkte

- (a) Zeigen Sie, dass der Trägheitstensor eines Kreiskegels (Masse M , Höhe h , Öffnungswinkel 2α , homogene Massenverteilung) bezogen auf das in Abb. 1 gezeigte, körperfeste Koordinatensystem diagonal ist. Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente.
- (b) Der Kegel rollt in der xy -Ebene des raumfesten Koordinatensystems (x, y, z) , wobei die Spitze festgehalten wird (siehe Abb. 2). Berechnen Sie die kinetische Energie des Kegels als Funktion der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}$.

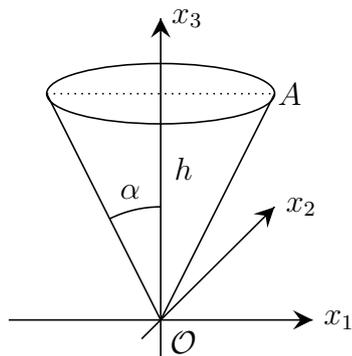


Abbildung 1: Kreiskegel im körperfesten Koordinatensystem

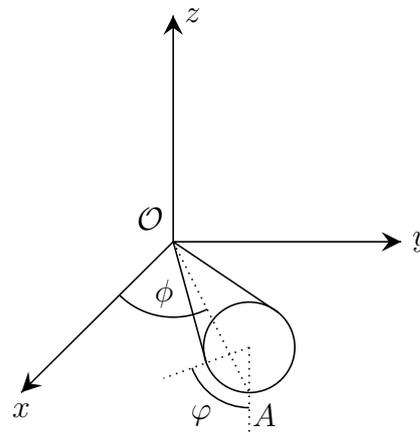


Abbildung 2: Rollender Kreiskegel