

# Klassische Theoretische Physik II

## Übungsblatt 6

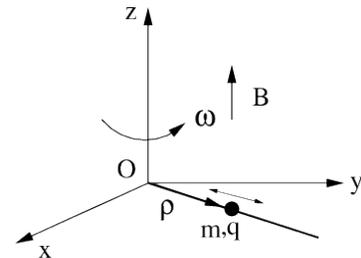
Sommersemester 2022

Abgabe: 27.05.2022

Besprechung: 31.05.2022

### Aufgabe 11: Elektrisch geladene Perle auf rotierendem Draht (10 Punkte)

Auf einem Draht, der sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die  $z$ -Achse dreht, kann sich reibungsfrei in einem homogenen Magnetfeld  $\vec{B} = (0, 0, B)$  eine elektrisch geladene Perle der Masse  $m$  und Ladung  $q$  bewegen.



a) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass das in Zylinderkoordinaten gegebene Vektorfeld

$$\vec{A} = \frac{1}{2} B \rho \vec{e}_\phi$$

auf ein solches Magnetfeld führt.

b) (3 Punkte) Stellen Sie die Lagrangefunktion und die Lagrangesche Bewegungsgleichung für  $\rho$  auf.

c) (4 Punkte) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen  $\rho(0) = l$  und  $\dot{\rho}(0) = 0$ .

*Hinweis:* Die Rotation eines in Zylinderkoordinaten gegebenen Vektorfeldes

$$\vec{A} = A_\rho \vec{e}_\rho + A_\phi \vec{e}_\phi + A_z \vec{e}_z$$

hat die Form:

$$\nabla \times \vec{A} = \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \vec{e}_\rho + \left( \frac{\partial A_\rho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \rho} \right) \vec{e}_\phi + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho A_\phi) - \frac{\partial A_\rho}{\partial \phi} \right) \vec{e}_z.$$

**Aufgabe 12: Rollende Kugel (10 Punkte)**

Eine homogene Kugel mit der Masse  $m$  und Radius  $r$  rollt wie in der Abbildung gezeigt ohne zu rutschen auf einer zweiten festgehaltenen Kugel mit Radius  $R$ . Die einzige äußere Kraft ist die Gravitation.

- a) (3 Punkte) Stellen Sie die Lagrangefunktion für die rollende Kugel auf (für Zeiten, zu denen sie noch auf der großen Kugel abrollt).

*Hinweis:* Das Trägheitsmoment einer Kugel mit Radius  $r$  ist gegeben durch  $\Theta = \frac{2}{5}mr^2$ .

- b) (3 Punkte) Leiten Sie die Bewegungsgleichung für die rollende Kugel her (für Zeiten, zu denen sie noch auf der großen Kugel abrollt).

- c) (4 Punkte) Bestimmen Sie den Punkt auf der Oberfläche der zweiten Kugel (ausgedrückt durch den Winkel), an dem sich die beiden Kugeln trennen, wenn die erste Kugel aus der Ruhe am höchsten Punkt geringfügig verschoben wird.

Betrachten Sie dazu zunächst die Zwangskraft. Benutzen Sie dann die Bewegungsgleichung aus (b) um die Gleichung für den Winkel aufzulösen.

