
Klassische Theoretische Physik II

Übungsblatt 10

Sommersemester 2022

Abgabe: 1.7.2022

Besprechung: 5.7.2022

Aufgabe 19 : Erhaltungsgrößen (10 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen mit Masse m und Ladung $q > 0$ in einem räumlich und zeitlich konstanten Magnetfeld \vec{B} und einem elektrischen Potential Φ .

a) (3 Punkte) Zeigen Sie, dass mit

$$\vec{A} = \frac{1}{2}\vec{B} \times \vec{r},$$

$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ ist. Wählen Sie $\vec{B} = B\vec{e}_z$ mit $B > 0$ und geben Sie \vec{A} und die Lagrangefunktion L (Gl. 56 der Vorlesung) in Zylinderkoordinaten an. Eliminieren Sie B zugunsten der Zyklotronfrequenz $\omega = Bq/m$.

b) (4 Punkte) Φ hänge nur von z und ρ , aber nicht von ϕ und t ab. Welche Koordinaten sind zyklisch? Geben Sie die zwei Erhaltungsgrößen als Funktion von ρ , ϕ , z und deren ersten Zeitableitungen an. Geben Sie die Lagrange'sche Bewegungsgleichung für z an.

c) (3 Punkte) Betrachten Sie den Fall, dass Φ nur von ρ abhängt. Welche dritte Erhaltungsgröße gibt es nun? Finden Sie die Bewegungsgleichung $\dot{\rho} = f(\rho, t)$, wobei Sie $f(\rho, t)$ durch die Erhaltungsgrößen ausdrücken. Bestimmen Sie nun speziell alle Lösungen $\vec{r}(t)$, für die $\rho(t) = \rho_0$ konstant ist. Zeigen Sie, dass diese Lösungen für die Bahnkurven $\vec{r}(\phi)$ Schraubenlinien

$$\vec{r}(\phi) = \begin{pmatrix} \rho_0 \cos \phi \\ \rho_0 \sin \phi \\ z_0 + h\phi/(2\pi) \end{pmatrix},$$

sind und bestimmen Sie die Ganghöhe h .

Aufgabe 20: Symmetrien des sphärischen harmonischen Oszillators (10 Punkte)

Untersuchen Sie, welche von den folgenden Transformationen

- a) (3 Punkte) Zeittranslation: $t' = t + \epsilon$, $\vec{r}' = \vec{r}$,
b) (3 Punkte) räumliche Translation: $\vec{r}' = \vec{r} + \epsilon \vec{a}$, $\vec{a} = \text{konst}$, $t' = t$, und
c) (4 Punkte) Drehung um eine Achse \vec{n} : $\vec{r}' = \vec{r} + \epsilon \vec{n} \times \vec{r}$, $t' = t$,

eine Symmetrie des sphärischen harmonischen Oszillators mit der Lagrangefunktion

$$L = \frac{m}{2} (\dot{\vec{r}}^2 - \omega^2 \vec{r}^2)$$

beschreiben und geben Sie die zugehörigen Erhaltungsgrößen an.

In der AG Qualitätssicherung des KIT haben die Studienstart-Koordinierenden unserer Fakultät die jährliche „Umfrage zur Studieneingangsphase“ überarbeitet und aktualisiert. In der Umfrage sollen die aktuellen Zweitsemesterstudierenden zu ihrem Studienstart 2021/22 befragt werden. Die Umfrage wurde stark gekürzt, so dass die Beantwortung nun ca. 5 Minuten in Anspruch nehmen wird. Bitte nutzen Sie den QR-Code, um an der Umfrage teilzunehmen:

