

## Klassische Theoretische Physik II SoSe 2023

Prof. Dr. A. Shnirman  
Dr. A. Pavlov, A. ReichBlatt 0 (Mathematisches Vorgeplänkel)  
Besprechung 25.04.2023

Dieses Übungsblatt geht **nicht** in die Bewertung der Vorleistung mit ein und wird dementsprechend auch **nicht** abgegeben!

## 1. Partielle Ableitungen und Vektoranalysis

- Berechnen Sie  $\frac{\partial f}{\partial x}$  und  $\frac{\partial f}{\partial y}$  für  $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ .
- Es sei nun  $y = y(x)$ . Berechnen Sie  $\frac{\partial f}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}$  und  $\frac{df}{dx}$  für  $f(x, y(x)) = \sqrt{x^2 + y(x)^2}$ .
- Betrachten Sie ein Fadenpendel mit einer Punktasse  $m$ , einer zeitlich variablen Fadenlänge  $l(t)$  und einer Auslenkung um den Winkel  $\varphi(t)$  aus der Vertikalen. Geben Sie einen Ausdruck für die potentielle Energie  $U(\varphi(t), l(t))$  des Systems an und berechnen Sie  $\frac{\partial U}{\partial t}$  sowie  $\frac{dU}{dt}$ .
- Es sei  $\mathbf{a}$  ein konstanter Vektor,  $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$  und  $r = |\mathbf{r}|$ . Berechnen Sie  $\nabla \frac{1}{r}$ ,  $\nabla \times (\mathbf{a} \times \mathbf{r})$  sowie  $\nabla \cdot \frac{\mathbf{a} \times \mathbf{r}}{r}$ .

## 2. Zylinderkoordinaten

Zylinderkoordinaten  $(\rho, \varphi, z)$  ergeben sich aus kartesischen Koordinaten  $(x, y, z)$  über die Zusammenhänge  $x = \rho \cos \varphi$ ,  $y = \rho \sin \varphi$ ,  $z = z$  mit  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

- Berechnen Sie die Einheitsvektoren  $\hat{\mathbf{e}}_\rho = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} / \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} \right|$ ,  $\hat{\mathbf{e}}_\varphi = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} / \left| \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \varphi} \right|$  und zeigen Sie, dass  $\{\hat{\mathbf{e}}_\rho, \hat{\mathbf{e}}_\varphi, \hat{\mathbf{e}}_z\}$  ein Orthonormalsystem bilden.
- Nun beschreibe  $\mathbf{r}(t)$  die Bahn eines punktförmigen Teilchens als Funktion der Zeit  $t$ . Berechnen Sie die Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Teilchens in Zylinderkoordinaten. Drücken Sie das Ergebnis mithilfe der Vektoren  $\hat{\mathbf{e}}_\rho$ ,  $\hat{\mathbf{e}}_\varphi$  und  $\hat{\mathbf{e}}_z$  aus.

## 3. Matrizen

- Berechnen Sie die Determinanten und die Spuren der Matrizen

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 7 & i \\ -i & 3 \end{pmatrix}, \\
 D &= \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 0 & -2i & 1 \\ 1+i & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1-i \end{pmatrix}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

- Berechnen Sie die transponierten, komplex konjugierten, hermitesch transponierten und inversen Matrizen von  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  und  $E$ .
- Berechnen Sie  $A \cdot B$ .
- Berechnen Sie die Eigenwerte und die Eigenvektoren der Matrix  $B$ .

#### 4. Integrale

Berechnen Sie die Integrale

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 + x - 6}, \int_0^{\infty} x e^{-x} dx, \int_0^{\infty} \sin(x) e^{-x} dx, \int_0^{2\pi} \cos^2(x) dx.$$



**Keep Calm**  
**It's not Rocket Science**  
**Wöchentliche Sprechstunde**

**Wo?**  
Physikhochhaus  
2/1

**Wann?**  
Jeden Dienstag  
um 13:00 Uhr

**Was?**  
Hier findet ihr jede Woche zwei der  
Mentoren welche euch bei jeglichen  
Fragen rund um euer Studium und  
allen daraus entstehenden  
Schwierigkeiten gerne beraten!

