Klassische Theoretische Physik II SoSe 2023

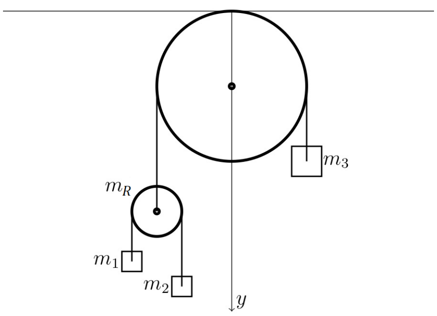
Prof. Dr. A. Shnirman
Dr. A. Pavlov, A. Reich

Blatt 2
Abgabe 05.05.2023, Besprechung 09.05.2023

Anmerkung: Die in der Vorlesung am 28.04. gezeigte zweite Euler-Lagrange-Gleichung für das 3D Pendel ist falsch, die Version im Skript auf ILIAS ist korrekt.

1. Doppelte Atwoodsche Fallmaschine (6 Punkte)

Wir betrachten eine Atwoodsche Fallmaschine, bei der die zweite Masse durch eine weitere solche Fallmaschine ersetzt sei. Die an den Enden der Seile hängenden Massen seien m_1, m_2 und m_3. Die am Seil hängende Rolle habe eine Masse m_R. Die Seile gleiten reibungsfrei über die Rollen und die Schwerkraft wirke in positive y-Richtung (siehe nebenstehende Abbildung).

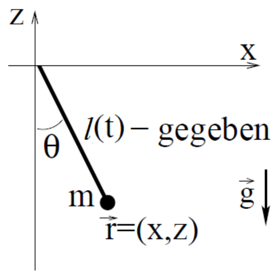


a) Stellen Sie die Zwangsbedingungen auf. (2 Punkte)

b) Bestimmen Sie mithilfe der Zwangsbedingungen und Bewegungsgleichungen alle wirkenden Zwangskräfte in Abhängigkeit der Massen m_1, m_2, m_3 und m_R. (4 Punkte)

2. Pendel mit veränderlicher Fadenlänge (8 Punkte)

Die Fadenlänge eines mathematischen Pendels (in 2D) der Masse m sei durch die von der Zeit abhängige Funktion $l(t)$ gegeben.



a) Finden Sie eine geeignete generalisierte Koordinate q, um die Position des Pendels zu beschreiben. Bestimmen Sie die kinetische Energie T, die potentielle Energie U sowie die Lagrangefunktion $L = T - U$ in Abhängigkeit von q und $\dot{q}$. (3 Punkte)

b) Leiten Sie mithilfe der Euler-Lagrange-Gleichung

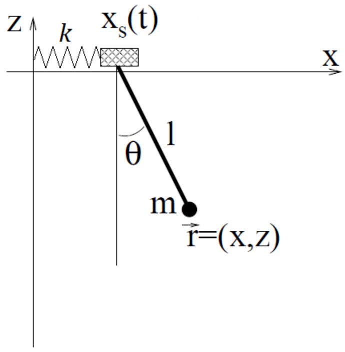
$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$

die Bewegungsgleichung für kleine Winkel $\theta \ll 1$ her. (2 Punkte)

c) Zeigen Sie: $l(t) = l =$ konst. ist die einzige (physikalische) Möglichkeit, die harmonische, periodische Schwingungen von $\theta(t)$ erlaubt. (3 Punkte)

3. Pendel mit beweglicher Aufhängung an einer Feder **(7 Punkte)**

Wir betrachten eine ähnliche Situation wie in Blatt 1, Aufgabe 1 – mit dem Unterschied, dass die Koordinate $x_s(t)$ der Aufhängung hier nicht vorgegeben sein soll. Stattdessen sei die (masselose) Aufhängung über eine Feder mit Federkonstante k an einer Wand befestigt und könne frei in x-Richtung schwingen.



a) Finden Sie geeignete generalisierte Koordinaten, bestimmen Sie die Lagrangefunktion und stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf. (4 Punkte)

b) Wir beschränken uns nun auf den Fall kleiner Schwingungen $\theta \ll 1$. Vernachlässigen Sie Terme von zweiter oder höherer Ordnung in θ und $\dot{\theta}$ und setzen Sie anschließend sowohl für $\theta(t)$ als auch für $x_s(t)/l$ eine harmonische Schwingung mit Frequenz ω an. Bestimmen Sie das Verhältnis der Amplituden dieser Schwingungen. (3 Punkte)